

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung ([www.forschungsdaten-bildung.de](http://www.forschungsdaten-bildung.de)) im Fachportal Pädagogik ([www.fachportal-paedagogik.de](http://www.fachportal-paedagogik.de)).

## Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-1107] Unterrichtsvideo

Klasse [A05] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

### Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli.  
Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

[http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten\\_bildung/studie.php?studien\\_id=1](http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1)

### Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Forschungsdatenzentrum Bildung  
Schloßstraße 29  
D-60486 Frankfurt am Main

[forschungsdaten-bildung@dipf.de](mailto:forschungsdaten-bildung@dipf.de)

### **Lektionsbeschreibung P-1107-1**

Nach einigen organisatorischen Äusserungen gibt die Lehrperson das neue Thema bekannt: der Satz von Pythagoras. Die Schülerinnen und Schüler erhalten ein Blatt, auf dem vier identische Rechtecke mit den Seiten  $a$  und  $b$  zu einem Quadrat zusammengefügt wurden, so dass in der Mitte ein kleines Quadrat mit der Seitenlänge  $(a-b)$  entsteht. Als erstes schreiben die Schülerinnen und Schüler alle Teilseiten des grossen Quadrates mit  $a$  und  $b$  an. Dann wird in der Klasse die Fläche des Quadrates durch  $a$  und  $b$  ausgedrückt und an der Wandtafel aufgeschrieben. Anschliessend zeichnen die Schülerinnen und Schüler die Diagonalen der Rechtecke, die sie  $c$  nennen, ein, so dass diese ein neues Quadrat bilden. In der Klasse wird vor allem durch die Lehrperson gezeigt, dass es sich dabei auch tatsächlich um ein Quadrat handelt. Von dieser neuen Figur (ein Quadrat, bestehend aus vier rechtwinkligen Dreiecken und einem kleineren Quadrat) wird die gesamte Fläche durch die Teilflächen ausgedrückt und mit der ersten Gleichung gleichgesetzt. An der Wandtafel wird die Gleichung nun auf den Satz des Pythagoras vereinfacht. Die ganze Herleitung wird von den Schülerinnen und Schülern auf das Blatt abgeschrieben.

Anschliessend wendet sich die Klasse der Verwendung des Satzes von Pythagoras zu. Mit Hilfe der Lehrperson wird die Formel zur Berechnung der Quadratdiagonalen hergeleitet. Danach werden ganzzahlige pythagoräische Zahlentripel gesucht und benannt. Die griechischen Bezeichnungen für die Seiten im rechtwinkligen Dreieck werden repetiert und auf die pythagoräischen Zahlentripel angewendet.

### **Lektionsbeschreibung P-1107-2**

Nach einigen organisatorischen Äusserungen, leitet die Lehrperson auf algebraische Weise aus dem Satz des Pythagoras den Höhensatz des Euklid ab. Die Schülerinnen und Schüler erhalten ein Blatt, auf dem ein rechtwinkliges Dreieck gezeichnet ist. Auf die durch Einzeichnen der Höhe des rechtwinkligen Dreiecks entstandenen Teildreiecke wird der Satz des Pythagoras angewendet. Die zwei entstandenen Gleichungen werden addiert, die Seite  $a^2+b^2$  durch  $c^2$ , anschliessend  $c$  durch  $p+q$  ersetzt. Die entstandene Gleichung wird von den Schülerinnen und Schülern selbständig auf den Höhensatz des Euklid vereinfacht. Da dies einigen Schülerinnen und Schülern Mühe bereitet, erklärt die Lehrperson noch einmal die einzelnen Schritte, die bis zu der zu vereinfachenden Gleichung gemacht wurden. Die Lehrperson schreibt den Lösungsweg an die Wandtafel. Anschliessend erzählt sie den Schülerinnen und Schülern, wie im Altertum mit dieser Formel rechteckige Flächen verglichen werden konnten. So lernen die Schülerinnen und Schüler die Unterscheidung zwischen arithmetischem und geometrischem Mittel mit Hilfe eines Zahlenbeispiels. Die Herleitung des Satzes von Euklid und das Beispiel zur Berechnung des geometrischen Mittels schreiben die Schülerinnen und Schüler auf das Blatt ab. Abschliessend berechnen die Schülerinnen und Schüler das geometrische Mittel von zwanzig und fünf. Die Lektion endet mit einigen organisatorischen Angaben.

### **Lektionsbeschreibung P-1107-3**

Zu Beginn der Lektion treffen die Schülerinnen und Schüler einige Vorbereitungen, mit deren Hilfe sie anschliessend die Höhe im gleichseitigen Dreieck berechnen. Zuerst berechnen sie selbständig ein Zahlenbeispiel. Ein Schüler präsentiert den Lösungsweg an der Wandtafel.

Daraus wird in der Klasse die allgemein gültige Formel abgeleitet. In der Klasse wird anschliessend ein weiteres Zahlenbeispiel berechnet, sowie aus der Formel abgelesen, ob sich das Verhältnis zwischen Seite und Höhe linear verhält. Am Schluss der Lektion werden die Hausaufgaben korrigiert und besprochen.

### **Inszenierungsform**

Der Zugang zu den theoretischen Inhalten wird über den algebraischen Beweis des Satzes von Pythagoras gefunden. Das Lehr-Lerngespräch ist die dazu verwendete Unterrichtsform. Die meisten Übungsaufgaben werden im Frontalunterricht besprochen und berechnet. In der zweiten Lektion führt die Lehrperson als Folge des Satzes von Pythagoras den Höhensatz des Euklid ein.

### **Rolle der Lehrperson**

Die Lehrperson führt mit der Klasse vor allem Lehr-Lerngespräche, sowohl zur Erarbeitung der neuen theoretischen Inhalte, als auch beim Lösen von Übungsaufgaben. In den Stillarbeitsphasen berät sie die Schülergruppen in ihrer Vorgehensweise. Sie stört sich kaum an der negativen Haltung der Schülerinnen und Schüler.

### **Rolle der Schülerinnen und Schüler**

Die Schülerinnen und Schüler beteiligen sich teilweise am Lehr-Lerngespräch. Oftmals konsumieren sie aber scheinbar unbeteiligt und desinteressiert. In den Stillarbeitsphasen arbeiten sie langsam und widerwillig.