

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung ([www.forschungsdaten-bildung.de](http://www.forschungsdaten-bildung.de)) im Fachportal Pädagogik ([www.fachportal-paedagogik.de](http://www.fachportal-paedagogik.de)).

## Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-1117] Unterrichtsvideo

Klasse [A10] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

### Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli. Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

[http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten\\_bildung/studie.php?studien\\_id=1](http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1)

### Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Forschungsdatenzentrum Bildung  
Schloßstraße 29  
D-60486 Frankfurt am Main

[forschungsdaten-bildung@dipf.de](mailto:forschungsdaten-bildung@dipf.de)

## Lektionsbeschreibung P-1117-1

Zu Beginn der ersten Lektion dieser Pythagorasreihe klärt die Lehrperson Organisatorisches. Dabei informiert die Lehrperson die Klasse, dass in den ersten beiden Lektionen durchgearbeitet wird und sie nur eine zweiminütige Pause machen werden. Darauf wechselt die Lehrperson ins Englische und zeigt der Klasse einen Comic am Hellraumprojektor mit englischen Sprechblasen. Dies ist der Beginn einer zum grössten Teil problemorientierten Lektion. Bei diesem Comic fragt ein Ameisenkind seinen Vater, ob es eine dumme Frage stellen dürfe. Der Vater bejaht dies ebenso auf dem ersten Bild und antwortet, dass man nur über dumme Fragen etwas lernen könne. So stellt also das Ameisenkind auf dem zweiten Bild seine Frage: „**Why is the square of the hypotenuse equal to the sum of the squares of the two other sides?**“ Auf dem dritten Bild antwortet nun der Ameisenvater, diese Frage sei nicht blöd genug. Nun teilt die Lehrperson Auftragsblätter aus, auf welche der Comic kopiert ist und gibt den Schülerinnen und Schülern den Auftrag, den Comic zuerst in Einzelarbeit zu übersetzen und danach in Partnerarbeit zu besprechen. In der Partnerarbeit soll dabei die Frage besprochen werden, welche Aussage in der Frage des Ameisenkindes (zweites Bild, oder hier fett gedruckt) steckt.

Diese zwei Aufträge stehen unterhalb des Comics auf dem Auftragsblatt. Insgesamt sind sechs Aufträge/ Themenbereiche auf diesem Arbeitsblatt notiert, welche als Programm für die nächsten drei Lektionen dienen werden.

Danach arbeiten die Schülerinnen und Schüler in Einzelarbeit an der Übersetzung. Die Schülerinnen und Schüler tauschen sich dabei auch aus. Gemeinsam werden in der Klasse darauf die einzelnen Sprechblasen übersetzt. Nach dieser öffentlichen Sequenz leitet die Lehrperson über zum zweiten Auftrag und sagt, dass sie sich mit der Frage des Ameisenkindes (vgl. oben fettgedruckt) in den nächsten Stunden beschäftigen werden.

Nun übersetzen die Schülerinnen und Schüler die Frage des Ameisenkindes und die Lehrperson schreibt die Übersetzung an die Wandtafel: „*Warum ist das Quadrat der Hypotenuse äquivalent zu der Summe der Quadrate der zwei anderen Seiten*“. Nun klärt die Klasse Begriffe dieser deutschen Übersetzung (Hypotenuse, äquivalent). Die Lehrperson informiert die Schülerinnen und Schüler darauf über das weitere Programm in den drei Lektionen und verweist dabei auf das Auftragsblatt, das die Schülerinnen und Schüler zur Hand nehmen.

Die Lehrperson gibt nun den Auftrag zur Bearbeitung der nächsten Aufgabe. Es geht dabei um die Überprüfung der Frage des Ameisenkindes: „*Warum ist das Quadrat der Hypotenuse äquivalent zu der Summe der Quadrate der zwei anderen Seiten*“. Dazu erhalten die Schülerinnen und Schüler ein Bearbeitungsblatt von der Lehrperson. Nun arbeiten die Schülerinnen und Schüler in dreier oder vierer Gruppen an ihren Gruppentischen selbständig entdeckend. Nach der Gruppenarbeit werden in einer öffentlichen Phase die Figuren des Bearbeitungsblattes besprochen. Bei diesen drei Figuren handelt es sich um die Darstellung von Dreiecken und der Quadrierung ihrer jeweiligen Seiten. Ein Dreieck ist dabei stumpfwinklig, ein anderes spitzwinklig und das dritte Dreieck ist rechtwinklig. Bei der Auswertung stellt die Lehrperson die Frage, weshalb die Aussage einmal stimmt und zweimal nicht, obwohl die drei Seiten der Dreiecke gleich lang sind. Darauf äussert ein Schülerin die Vermutung, dass diese Aussage nur bei rechtwinkligen Dreiecken zutrifft. Die Lehrperson nimmt diese Aussage auf und die Schülerinnen und Schüler überprüfen diese Vermutung, indem sie in ihre Bearbeitungsblätter drei Falze machen, wodurch rechtwinklige Dreiecke entstehen. Diese messen sie und berechnen, ob diese Aussage zutrifft. Da die Schülerinnen und Schüler die Ausformulierung des Satzes von

Pythagoras kennen, ist das als einfache Aufgabe einzustufen. Im öffentlichen Lehr- und Lerngespräch äussern sich die Schülerinnen und Schüler danach, dass ihre Ergebnisse ungefähr stimmen und die Lehrperson erläutert die Berechnungsungenauigkeiten in Folge des Messens. Zur Bestätigung ihrer Vermutung (dass das Quadrat der Hypotenuse äquivalent ist zu der Summe der Quadrate der zwei anderen Seiten, wenn das Dreieck rechtwinklig ist) zeigt die Lehrperson am Hellraumprojektor eine Folie auf der der Satz des Pythagoras mit Schokoladentäfelchen dargestellt wird. Danach übernehmen die Schülerinnen und Schüler die Ausformulierung des Satzes von Pythagoras auf ihr Auftragsblatt. Später fasst ein Schüler zusammen, was bisher in dieser Stunde behandelt wurde und äussert, dass nun die Allgemeingültigkeit dieser erarbeiteten Aussage bewiesen werden müsse. Dies bestätigt die Lehrperson. Vor einer kurzen Pause führt die Lehrperson noch kurz in den nächsten Arbeitsauftrag ein, welcher nach der Pause gelöst werden soll.

### **Lektionsbeschreibung P-1117-2**

Zu Beginn dieser Lektion verteilt die Lehrperson den Auftrag schriftlich. Die Schülerinnen und Schüler werden dabei angeleitet, den Ergänzungsbeweis explorativ zu entdecken. Die Lernenden arbeiten in Zweiergruppen.

Gemeinsam findet eine Auswertung der Ergebnisse statt. Dabei äussern sich die Schülerinnen und Schüler zuerst zur Frage, warum in jedem rechtwinkligen Dreieck die Summe der beiden spitzen Winkel  $90^\circ$  beträgt. Danach legt eine Schülerin, aufgrund der schriftlichen Anleitungen, am Hellraumprojektor die Figuren so, dass der Satz des Pythagoras grafisch dargestellt wird. Als nächstes legt eine Schülerin zwei deckungsgleiche Quadrate mit den zweifarbigen Legeformen auf dem Hellraumprojektor. Diese entsprechen den zwei grossen Quadraten des Ergänzungsbeweises. Danach bespricht die Klasse die Länge der jeweiligen Seiten und die Herleitung des Ergänzungsbeweises gemeinsam. Danach erklären sich die Schülerinnen und Schüler noch einmal zu zweit wie der Ergänzungsbeweis funktioniert. Darauf wird in der Klasse über die Allgemeingültigkeit dieses Beweises gesprochen. Anhand einer Hellraumprojektor-Folie nimmt die Lehrperson nun einige Begriffsklärungen vor (Hypotenuse, Katheten). Danach erzählt die Lehrperson etwas über die Herkunft des Satzes von Pythagoras (Geschichte) und wiederholt kurz und prägnant den Satz des Pythagoras und dessen Allgemeingültigkeit bei rechtwinkligen Dreiecken. Zum Schluss der Lektion verteilt die Lehrperson die Hausaufgaben.

### **Lektionsbeschreibung P-1117-3**

Zu Beginn dieser Stunde sitzt die Klasse im Kreis. Hausaufgabe war, den Satz des Pythagoras in verschiedenen Sprachen zu formulieren. (Die Schülerinnen und Schüler haben zu Hause je drei mal den Satz des Pythagoras formuliert und einmal einen Fehler eingeschmuggelt. Die Lehrperson erklärt nun, wie die nächste Sequenz ablaufen wird. Gegenseitig werden die Sätze vorgelesen und die Zuhörer bewerten das Vorgelesene (Vergeben von Punkten aufgrund von Richtigkeit und Verständlichkeit: 0-3 Punkte, Originalität: 0-3 Punkte). Die Klasse setzt sich im Kreis, paarweise einander gegenüber. Der eine Partner liest dem Zuhörer die Beispiele vor und dieser bewertet die sprachliche Umsetzung nach obengenannten Kriterien. Danach lesen diejenigen, die zuvor bewertet haben ihre Beispiele vor. Auch diese werden von den Partnern bewertet. In der Folge werde die Partner zweimal gewechselt. Die Beispiele werden jeweils gegenseitig vorgelesen und bewertet. Danach setzt sich die Klasse wieder in den Kreis und drei

Schülerinnen lesen je ein Beispiel vor. Darauf werden in Zweiergruppen die restlichen Hausaufgaben im Kreis korrigiert.

Die Lehrperson gibt dann das Ziel dieser und folgender Lektionen bekannt und erteilt den Auftrag ein Aufgabenblatt zu lösen. Die Aufgaben des Blattes haben einen Realitätsbezug. Sie sind sehr schwierig zu lösen. Alle Aufgaben sind mehrschrittig. Teilweise müssen dabei nur Kathete und Hypotenuse berechnet werden, nachdem der rechte Winkel und die Seiten richtig identifiziert wurden. Zusätzlich müssen aber bei anderen Aufgaben Längenmasse in Massstäbe von Landkartengrösse umgerechnet werden. In einer Aufgabe ist zudem die Berechnung der Diagonalen in einem Rechteck von Bedeutung, in einer anderen Aufgabe die Berechnung der Basishöhe in einem gleichschenkligen Dreieck. Die Schülerinnen und Schüler beginnen zu zweit das Aufgabenblatt zu lösen. Die Lehrperson gibt die Hausaufgaben am Ende der Stunde auf.

### **Inszenierungsform**

Der Unterricht ist so organisiert, dass ein reger Wechsel unterschiedlicher Schülerarbeitsphasen (EA, PA, GA) und Auswertungsgesprächen statt findet. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten oft selbständig explorierend auch in problemorientierten Schülerarbeitsphasen. Deshalb werden die Schülerinnen und Schüler über Vorgehen und Ziele der jeweiligen Sequenzen und Stunden informiert. Auffällig ist in diesen Lektionen, dass die Lehrkraft verschiedene Sprachen im Mathematikunterricht stark integriert.

### **Rolle der Lehrperson**

Die Lehrperson fördert das soziale und selbständige Lernen. Die Stunden sind so organisiert, dass die Schülerinnen und Schüler viel Eigenarbeit leisten können und müssen. Die Lehrperson berät die Schülerinnen und Schüler während Schülerarbeitsphasen. Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler bezüglich Verständnis und Unterrichtsbewertung sind der Lehrperson wichtig.

### **Rolle der Schülerinnen und Schüler**

Die Schülerinnen und Schüler arbeiten oft in Gruppen mit unterschiedlicher Zusammensetzung. Der Unterricht ist so organisiert, dass die Kommunikation ein wichtiger Bestandteil der Schülerarbeitsphasen, aber auch der Klassengespräche ausmacht. Während des öffentlichen Unterrichts, müssen die Schülerinnen und Schüler von der Lehrperson öfters zur Mitbeteiligung motiviert werden. Es könnten öfters relevante Beiträge geleistet werden. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten selbständig und zum Grossteil entdeckend.