

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung ([www.forschungsdaten-bildung.de](http://www.forschungsdaten-bildung.de)) im Fachportal Pädagogik ([www.fachportal-paedagogik.de](http://www.fachportal-paedagogik.de)).

## Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-1208] Unterrichtsvideo

Klasse [A16] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

### Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli. Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

[http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten\\_bildung/studie.php?studien\\_id=1](http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1)

### Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Forschungsdatenzentrum Bildung  
Schloßstraße 29  
D-60486 Frankfurt am Main

[forschungsdaten-bildung@dipf.de](mailto:forschungsdaten-bildung@dipf.de)

## **Lektionsbeschreibung P-1208-1**

Die Lektion beginnt mit einigen organisatorischen Angaben. Dann liest die Lehrperson einen ersten Teil der Hinführungsaufgabe des Bauern Piepenbrink vor: In einer Gemeinde soll eine Umfahrungsstrasse gebaut werden. Da zwei quadratische Felder des Bauern Piepenbrink genau in der Bebauungszone liegen, will ihm die Gemeinde dafür ein einziges grösseres quadratisches Feld überlassen. Die Lehrperson legt eine Folie auf den Hellraumprojektor, auf der zu sehen ist, wie die Felder liegen: Sie bilden die Pythagorasfigur. Eine Schülerin misst und berechnet die Quadratflächen und stellt fest, dass die kleinen Quadrate miteinander den selben Flächeninhalt haben, wie das grosse. Dann liest die Lehrperson weiter aus der Geschichte vor: Bauer Piepenbrink ist zufrieden mit dem Tausch und erzählt davon am Stammtisch. Seine beiden Kollegen, Bauer Plattfuss und Bauer Grossmaul, besitzen ähnliche quadratische Felder und wollen die auch gegen ein einziges grosses Feld eintauschen. Nun sehen die Schülerinnen und Schüler an der Leinwand zuerst die Felder von Bauer Plattfuss: Die drei Quadrate sind um ein stumpfwinkliges Dreieck angeordnet. Wieder werden die Flächen der Quadrate berechnet und festgestellt, dass die Fläche des grossen Quadrats grösser ist als die der beiden kleinen Quadrate zusammen. Auch die Felder von Bauer Grossmaul werden vermessen und ihre Flächen berechnet. Da bei ihm die Felder um ein spitzwinkliges Dreieck angeordnet sind, ist die Fläche der beiden kleineren Quadrate zusammen natürlich grösser als die des grossen Quadrats. Die Lehrperson teilt die drei Pläne an die Schülerinnen und Schüler aus, die nun in Gruppen darüber beraten sollen, woran es liegt, dass sich beim einen Bauer der Tausch lohnt und beim andern nicht, denn bis jetzt haben sich die Schülerinnen und Schüler ausschliesslich mit den Quadraten und nicht mit den eingeschlossenen Dreiecken beschäftigt. Nach angeregten Diskussionen sammelt die Lehrperson die Erkenntnisse der Schülerinnen und Schüler im Plenum. Den meisten Schülerinnen und Schüler ist aufgefallen, dass das Dreieck zwischen den Feldern des Bauern Piepenbrink rechtwinklig ist und dass darum die Flächen der beiden kleinen Feldern zusammen gleich gross sein könnten, wie die Fläche des angrenzenden grossen quadratischen Feldes. Um diese Erkenntnis zu überprüfen, messen und vergleichen die Schülerinnen und Schüler selbständig verschiedene rechtwinklige Dreiecke, die auf einem von der Lehrperson ausgeteilten Blatt abgebildet sind. Vor der Pause bespricht die Lehrperson mit der Klasse, ob durch das Messen und Berechnen die Erkenntnisse, nämlich dass die Quadrate über den Katheten zusammen gleich gross sind, wie das Hypotenusenquadrat, bzw. dass wenn eine Quadratfläche die selbe Fläche hat, wie die Flächen zwei anderer Quadrate zusammen, die eingeschlossene Figur ein rechtwinkliges Dreieck sein muss, die aus der Piepenbrink-Geschichte hervorgegangen sind, bekräftigt wurden und fasst die Erkenntnis, dass also in einem rechtwinkligen Dreieck die Summe der Flächen der Kathetenquadraten gleich der Flächen des Hypotenusenquadrats ist, noch einmal zusammen.

## **Lektionsbeschreibung P-1208-2**

Zu Beginn dieser Lektion beleuchten die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe der Lehrperson, was für theoretische Inhalte in der letzten Lektion erarbeitet wurden, losgelöst von der Hinführungsaufgabe. Dabei erhalten zwei Schüler den Auftrag, bis zur nächsten Lektion einiges über das Leben des Pythagoras herauszufinden. Dann teilt die Lehrperson eine Liste von richtigen und falschen Aussagen zum Satz des Pythagoras aus, die von den Schülerinnen und Schülern selbständig ausgewertet und anschliessend in der Klasse besprochen wird. Danach zeichnen die Schülerinnen und Schüler ein vorgegebenes rechtwinkliges Dreieck in ihr Heft und

überprüfen den Zusammenhang der Seitenquadrate noch einmal. Als Lösung formuliert ein Schüler den Satz des Pythagoras:  $a^2+b^2=c^2$ . Zwei weitere gegebene Dreiecke werden konstruiert, vermessen und berechnet. Danach sind die Schülerinnen und Schüler aufgefordert selbständig den Satz des Pythagoras oder seine Verwendung allgemein zu formulieren. Dabei schreibt ein Schüler auf Wunsch der Lehrperson seinen Satz an die Wandtafel: "In einem rechtwinkligen Dreieck kann aus den beiden kurzen Seiten die dritte berechnet werden." Dies überprüfen die Schülerinnen und Schüler anschliessend selbständig an einem gegebenen rechtwinkligen Dreieck.

### **Lektionsbeschreibung P-1208-3**

Zu Beginn der Lektion bestimmt die Klasse unter der Leitung der Lehrperson ob es sich bei vorgegebenen Seitenlängen eines Dreiecks um ein rechtwinkliges handelt und berechnen gleich anschliessend die Länge einer Hypotenuse bei gegebenen Katheten. Danach halten die Schüler, die in der letzten Lektion eben diesen Auftrag gefasst haben, ihren Vortrag über das Leben und Wirken des Pythagoras. Anschliessend wird der Satz des Pythagoras bewiesen: Jeder Schüler und jede Schülerin erhält einen Satz Puzzleteile (Dreiecke und Vierecke) die zu einem grossen Quadrat gelegt werden sollen. Als Hilfe teilt die Lehrperson, nachdem die Schülerinnen und Schüler etwas geknobelt und teilweise auch auf richtige Lösungen gekommen sind, ein Blatt mit einer Pythagorasfigur aus, deren Quadrat der Hypotenuse genau so gross ist, wie das zu legende Quadrat. Nun sollen die Schülerinnen und Schüler zu zweit arbeiten und mit dem einen Teilchensatz das Hypothenusenquadrat und mit dem andern die Kathetenquadrate belegen. Ihre Lösung zeichnen sie auf dem Blatt ein. Wie die meisten Gruppen so weit sind, zeigt die Lehrperson einige mögliche Lösungen - denn es gibt ja mehrere - der Schülerinnen und Schüler. Danach berechnen die Schülerinnen und Schüler, ob sie eine Sperrholzplatte von vier mal zweieinhalb Meter durch die Tür in das Schulzimmer hinein tragen könnten. Mit der Erkenntnis, dass dies nicht möglich ist und dass die Platte höchstens 2,28m breit sein dürfte, ist die Lektion zu Ende.

### **Inszenierungsform**

In der Doppellektion wird die meiste Zeit an der Piepenbrink-Aufgabe gearbeitet. Die Problemlösung und damit verbunden das erste Konfrontieren mit den theoretischen Inhalten wird durch ein fragend- entwickelndes, problemorientiertes Lehr-Lerngespräch erarbeitet. Dieses beinhaltet entdeckende Phasen und Übungs- und Sicherungsphasen, in denen die Schülerinnen und Schüler selbständig arbeiten. Es gibt häufig Wechsel zwischen öffentlichen Unterrichtsphasen, Einzel-, Partner- und Gruppenarbeiten. Im Plenum werden neue Anregungen gegeben oder das von den Schülerinnen und Schüler Erarbeitete besprochen.

### **Rolle der Lehrperson**

Die Lehrperson strukturiert und leitet das Unterrichtsgeschehen an, doch lässt sie die Schülerinnen und Schüler immer wieder selbständig einen mathematischen Inhalt entdecken oder erarbeiten. Oft baut ihr Unterricht auf Aussagen der Schülerinnen und Schüler zum Thema auf. Durch ihre liebe und am Lernenden interessierte Art schafft sie ein sehr familiäres Arbeitsklima.

### **Rolle der Schülerinnen und Schüler**

Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten sich einen grossen Teil des mathematischen Inhalts der drei Lektionen selber. Die Aufgaben, die sie in diesen Phasen zu lösen haben, regen sehr stark zum Entdecken und Begreifen an. Die gewonnenen Erkenntnisse werden konsequent mit den Erkenntnissen der anderen Schülern verglichen und von der Lehrperson bestätigt. Die Schülerinnen und Schüler sind aufgefordert am Unterricht aktiv teilzunehmen, was sie auch tun.