

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung ([www.forschungsdaten-bildung.de](http://www.forschungsdaten-bildung.de)) im Fachportal Pädagogik ([www.fachportal-paedagogik.de](http://www.fachportal-paedagogik.de)).

## Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-1223] Unterrichtsvideo

Klasse [A19] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

### Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli. Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

[http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten\\_bildung/studie.php?studien\\_id=1](http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1)

### Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Forschungsdatenzentrum Bildung  
Schloßstraße 29  
D-60486 Frankfurt am Main

[forschungsdaten-bildung@dipf.de](mailto:forschungsdaten-bildung@dipf.de)

### **Lektionsbeschreibung P-1223-1**

Nach einigen organisatorischen Angaben zeigt die Lehrperson am Hellraumprojektor eine graphisch vereinfachte Darstellung von einem Ausschnitt eines Industriedaches. Eine Kopie dieser Darstellung teilt sie auch an die Schülerinnen und Schüler aus. Ihre Aufgabe ist es, zu zweit den Lösungsweg zur Berechnung der Länge der für die Herstellung eines solchen Daches benötigten Dachsparren zu finden, wenn das Dreieck, das die beiden Dachschrägen und die Parallele zum Boden bilden, im Giebel rechtwinklig ist. Auch die Länge eines solchen Teildaches und der Punkt, wo diese von der Höhe durch den Giebel geteilt wird, sind den Schülerinnen und Schülern bekannt. Nach etwa zehn Minuten wird im Plenum besprochen, auf was für Lösungsansätze die Schülerinnen und Schüler gekommen sind. Eine Schülerin schlägt vor, das Dreieck zu konstruieren und die Länge der Dachsparren durch Messen zu bestimmen. Auch fällt das Stichwort "Strahlensätze", woran die Lehrperson das weiterführende Lehr-Lerngespräch anknüpft. An der Wandtafel hängt die Lehrperson ein rechtwinkliges Dreieck aus braunem Papier auf und lässt einen Schüler die zwei Teildreiecke aus blauem Papier, die durch das Einzeichnen der Höhe entstünden, exakt darüber hängen. Dieser Schüler ist es auch, der behauptet, alle diese Papierdreiecke seien zueinander ähnlich. Dies wird durch die Lehrperson bestätigt und für die anderen Schülerinnen und Schüler durchsichtig gemacht. Nun hängt die Lehrperson ein weiteres zum braunen Dreieck identisches Papierdreieck an die Wandtafel. Ein Schüler hängt eines der blauen Dreiecke so auf das zweite braune, dass die Klasse sieht, wie der zweite Strahlensatz auf diese beiden Dreiecke angewendet werden kann. Die Lehrperson schreibt alle bekannten Grössen aus der Dachsparrenaufgabe in Zahlen, die unbekanntes in Buchstaben auf die beiden Dreiecke. Mit diesen Angaben stellt die Klasse die Verhältnisgleichung auf und rechnet so die eine Kathete des braunen Dreiecks aus. Anschliessend schreiben, zeichnen und kleben die Schülerinnen und Schüler den ganzen Lösungsweg von der Wandtafel ab. Dabei überlegen sie sich bereits den Lösungsweg zur Berechnung des anderen Dachsparrens.

### **Lektionsbeschreibung P-1223-2**

Nach der Pause zeigt ein Schüler, wie die Dreiecke gelegt werden müssen, dass der Strahlensatz zur Berechnung der anderen Kathete formuliert werden kann. Wieder wird an der Wandtafel die Verhältnisgleichung mit Zahlen und Buchstaben aufgestellt und so die Kathete berechnet. Nun zeichnet die Lehrperson an der Wandtafel ein neues rechtwinkliges Dreieck, deren korrekte Bezeichnung von der Klasse genannt wird. Mit Hilfe der Lehrperson werden nun die beiden Aufgaben mit den Dachsparren auf das neue Dreieck angewendet und so allgemein formuliert. So erhalten die Schülerinnen und Schüler die Formeln der beiden Kathetensätze.

Mit dieser neu erworbenen Formel berechnet die Klasse mit Hilfe der Lehrperson die Hypotenuse eines Dreiecks, von dem eine Kathete und der dazugehörige Hypotenusenabschnitt bekannt sind. Anschliessend berechnen die Schülerinnen und Schüler selbständig weitere Übungsaufgaben mit dem Kathetensatz. Nachdem diese Übungsaufgaben besprochen wurden, skizzieren eine Schülerin und ein Schüler zu dem allgemeinen rechtwinkligen Dreieck die graphische Darstellung der beiden Kathetensätze. Als Hausaufgabe soll diese Skizze sauber ins Theorieheft konstruiert werden. Mit dieser Aufgabe können die Schülerinnen und Schüler bis zum Ende der Lektion schon beginnen.

### **Lektionsbeschreibung P-1223-3**

Zu Beginn der Stunde legt die Lehrperson eine Folie auf, auf der einige Behauptungen zu den Kathetensätzen aufgeschrieben sind. Die Schülerinnen und Schüler bewerten nun in der Klasse, ob die Aussagen richtig oder falsch sind. Anschliessend legt die Lehrperson eine sauber konstruierte Pythagorasfigur auf den Hellraumprojektor, auf der die Kathetensätze graphisch erkennbar sind. An Hand dieser Darstellung werden die Formeln der Kathetensätze ins Gedächtnis gerufen. Dann formulieren die Schülerinnen und Schüler im Plenum die Kathetensätze für unüblich beschriftete rechtwinklige Dreiecke.

Die Lehrperson behauptet, dass im rechtwinkligen Dreieck gelte, dass die Summe der Flächen der Kathetenquadrate gleich der Fläche des Hypotenusenquadrates ist. Dies sollen die Schülerinnen und Schüler an Hand ihres Vorwissens nun selbständig beweisen. Nachdem die Schülerinnen und Schüler etwa zehn Minuten Zeit hatten, zu zweit diesen Beweis zu führen, geben sie ihre Erkenntnisse in der Klasse bekannt. Einige Schülerinnen und Schüler haben Zahlenbeispiele berechnet, eine Schülerin zeigt an der Wandtafel eine allgemeine Umformung der Kathetensätze in den Satz des Pythagoras. Da die Ausführungen bei der Klasse und der Lehrperson auf Unverständnis stossen, führt ein Schüler die von der Schülerin angefangene Umformung zu Ende. Aus dem Buch liest eine Schülerin etwas über die Person Pythagoras vor. Anschliessend wird der Satz des Pythagoras in der Klasse in Worten formuliert. Vor dem Ende der Lektion wird die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten bekannt sind, in der Klasse berechnet.

### **Inszenierungsform**

Die ersten zweieinhalb Lektionen sind dem Kathetensatz des Euklid gewidmet. Er wird problemorientiert erarbeitet. In der dritten Lektion wird der Satz des Pythagoras als Folge des Kathetensatzes von den Schülerinnen und Schülern explorativ bewiesen. Die ganze Herleitung des Kathetensatzes findet im Lehr-Lerngespräch statt. Auch Aufgaben, bei denen die neuen Formeln verwendet werden, werden auf diese Weise eingeführt. Ein grosser Teil der wenigen Übungsphasen und das Abschreiben der an der Wandtafel festgehaltenen Entwicklungen findet in Stillarbeit statt.

### **Rolle der Lehrperson**

Die Lehrperson leitet das problemorientierte Vorgehen zur Entwicklung der neuen Inhalte durch das Lehr-Lerngespräch, lässt den Schülerinnen und Schülern aber zu Beginn eines neuen Kapitels jeweils Zeit, sich zuerst selbständig in die Problematik einzudenken und eigene Lösungsansätze zu entwickeln. Sie lässt die Schülerinnen und Schüler den Satz des Pythagoras selbständig aus dem gemeinsam entwickelten Kathetensatz beweisen. Während den Stillarbeitsphasen berät sie die Schülerinnen und Schüler.

### **Rolle der Schülerinnen und Schüler**

Die Schülerinnen und Schüler beteiligen sich am Anfang zögernd doch immer intensiver am Lehr-Lerngespräch und leisten so zentrale Beiträge zur Erarbeitung des Kathetensatzes und neuer Aufgabentypen. Am Anfang von neuen Kapiteln sind sie aufgefordert sich als erstes selbständig in die neue Problematik einzudenken und bereits erste Lösungsansätze zu entwickeln. In der dritten Lektion erarbeiten sie sich die Richtigkeit des Satzes von Pythagoras aus dem bereits bekannten Kathetensatz selbständig. In den Stillarbeitsphasen sind sie oft aufgefordert, sich mit den anderen Schülerinnen und Schülern zu beraten, auch steht immer die Beratung durch die Lehrperson zur Verfügung.