

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung ([www.forschungsdaten-bildung.de](http://www.forschungsdaten-bildung.de)) im Fachportal Pädagogik ([www.fachportal-paedagogik.de](http://www.fachportal-paedagogik.de)).

## Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-1225] Unterrichtsvideo

Klasse [A20] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

### Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli.  
Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

[http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten\\_bildung/studie.php?studien\\_id=1](http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1)

### Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Forschungsdatenzentrum Bildung  
Schloßstraße 29  
D-60486 Frankfurt am Main

[forschungsdaten-bildung@dipf.de](mailto:forschungsdaten-bildung@dipf.de)

### **Lektionsbeschreibung P-1225-1**

Nach einigen organisatorischen Informationen erzählt die Lehrperson die Geschichte vom Bauern Piepenbrink: Wegen dem Bau einer Umfahrungsstrasse bietet die Gemeinde dem Bauern Piepenbrink einen Landtausch an. Zwei kleine quadratische Felder sollen in ein angrenzendes grosses quadratisches Feld umgetauscht werden. Der Bauer weiss nicht recht, ob er dem Handel zustimmen soll, doch seine Nichte berechnet die Flächen der Felder und rät ihrem Onkel auf den Tausch einzusteigen. Von dem Handel erzählt Bauer Piepenbrink am Stammtisch. Seine zwei Kollegen, Bauer Plattfuss und Bauer Grossmaul, wollen daraufhin auch zwei kleine quadratische Felder in ein grosses quadratisches Feld umtauschen. Die Lehrperson teilt die Pläne, wie die Felder der Bauern liegen an die Schüler aus. Jede Gruppe bearbeitet eine Felderkombination. Sie sollen herausfinden, ob sich der Tausch für "ihren" Bauern lohnt. Bei Bauer Piepenbrink bilden die Felderquadrate, die an den Ecken zusammenstossen in der Mitte einen Leerraum in Form eines rechtwinkligen Dreiecks, bei Bauer Plattfuss ein stumpfwinkliges, bei Bauer Grossmaul ein spitzwinkliges Dreieck. Die Schülergruppen präsentieren ihre Erkenntnisse. Sie haben festgestellt, dass bei Bauer Piepenbrink die Flächen der kleinen Quadrate zusammen die Fläche des grossen Quadrates ergibt, bei Bauer Plattfuss das grosse Quadrat grösser und bei Bauer Grossmaul kleiner, als die Flächen der beiden kleinen Quadrate zusammen. Ein Schüler, der Bauer Piepenbrinks Felder bearbeitet hat, vermutet, dass die Flächengleichheit mit dem rechtwinkligen Dreieck zwischen den Feldern zu tun hat. So kommt die ganze Klasse auf die Dreiecke zwischen den Feldern zu sprechen, und stellt fest, dass bei den Quadraten, die um das rechtwinklige Dreieck angeordnet sind, die Flächen der beiden kleineren zusammen die Fläche des grösseren ergeben. Da nun scheinbar oft von rechtwinkligen Dreiecken gesprochen wird, führt die Lehrperson die Bezeichnungen im rechtwinkligen Dreieck ein. Mit den neu erlernten Begriffen versuchen die Schülerinnen und Schüler im Plenum ihre Erkenntnisse bezüglich der Quadrate über den Dreiecksseiten in einem Satz zu formulieren. Schliesslich wird eine befriedigende Formulierung gefunden. Diese schreiben die Schülerinnen und Schüler in ihre Theorieblätter. Anschliessend überprüfen sie den behaupteten Satz selbständig an einigen Übungsaufgaben aus dem Buch.

### **Lektionsbeschreibung P-1225-2**

Nach der Pause haben die Schülerinnen und Schüler noch etwas Zeit, um an den Übungsaufgaben weiter zu rechnen. Anschliessend werden diese besprochen. Da es sich bei dem Satz immer noch um eine Behauptung handelt, soll er nun bewiesen werden. Als erstes wird die Pythagorasfigur, der das Hypotenusenquadrat abgeschnitten wurde mit drei rechtwinkligen Dreiecken zu einem Quadrat, dessen Seite aus der Summe der beiden Katheten besteht, ergänzt. Die Schülerinnen und Schüler zeigen unter der Leitung der Lehrperson, dass es sich bei der neuen Figur wirklich um ein Quadrat handelt. Ebenso geht die Klasse mit der Pythagorasfigur vor, der die beiden Kathetenquadrade abgeschnitten wurden. Dann wird in der Klasse gezeigt, dass die beiden neuen Quadrate gleich gross sind, und also die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Hypotenusenquadrat ist. Anschliessend formulieren die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe der Lehrperson einen Theorieeintrag, dazu kleben sie die Skizzen, die während der Entwicklung des Beweises entstanden sind. Vor dem Ende der Lektion gib die Lehrperson die Hausaufgaben bekannt, dabei handelt es sich um einschrittige Seitenberechnungen im rechtwinkligen Dreieck.

### **Lektionsbeschreibung P-1225-3**

Nach einigen organisatorischen Äusserungen, zeigt die Lehrperson eine Projektorfolie, auf der die Pythagorasfigur um das Dreieck mit den Seitenverhältnissen drei, vier und fünf dargestellt ist. Die Quadrate wurden mit einem Raster in neun, sechzehn und fünfundzwanzig Quadrätchen unterteilt. An Hand dieser Darstellung wird der am Vortag gelernte Satz und den dazugehörigen Beweis für eine Schülerin, die am Vortag gefehlt hat, repetiert. Anschliessend erzählt die Lehrperson aus dem Leben des Pythagoras und über den Bekanntheitsgrad des Satzes im alten Ägypten und in Babylonien. Dann werden die Hausaufgaben besprochen. Dabei handelte es sich um einschrittige Dreiecksberechnungen. Das bringt die Schülerinnen und Schüler auf die Umkehrung des Satzes, diese formulieren sie und schreiben sie in die Theorieblätter.

Die Lehrperson hat an einer zwölf Meter langen Schnur im Abstand von einem Meter Markierungen angebracht. Mit der Erklärung, dass die ägyptischen Bauern mit diesem Gerät nach den Nilüberschwemmungen ihre Felder neu begrenzt haben, wird ein grosses rechtwinkliges Dreieck gespannt und zur Kontrolle, ob es auch wirklich rechtwinklig ist, von der Klasse berechnet. Auch erzählt die Lehrperson, dass seine Schwester Archeologin ist, und im Gelände Quadrate von zwanzig Metern Seitenlänge abstecken muss. Die Schülerinnen und Schüler berechnen, wie lange das Seil, dass sie benötigt, sein muss um ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck mit einer Kathetenlänge von zwanzig Metern zu erhalten.

Anschliessend berechnen die Schülerinnen und Schüler selbständig einschrittige Übungsaufgaben, die vor der Pause noch in der Klasse besprochen werden. Die Lektion endet mit einigen organisatorischen Angaben.

### **Inszenierungsform**

Der Hauptteil des Unterrichts findet im Plenum statt, das Lehr-Lerngespräch ist das häufigste Mittel, um neue Inhalte an die Schüleinnen und Schüler zu vermitteln. Diese nehmen daran auch aktiv teil. Ein Grosser Teil des Unterrichtsgesprächs wird für die Formulierung verwendet, die von den Schülerinnen und Schüler gefunden und so lange verbessert wird, bis alle damit einverstanden sind. Am Anfang der ersten Lektion entdecken die Schülerinnen und Schüler einen Teilaspekt des neuen Inhalts in Gruppen. Stillarbeitsphasen sind selten und dienen der Übung oder Vorbereitung.

### **Rolle der Lehrperson**

Die Lehrperson vermittelt durch das Lehr-Lerngespräch. Sie fordert die Schülerinnen und Schüler auf, daran teilzunehmen. Wichtige Inhalte lässt sie von den Schülerinnen und Schüler im Gespräch entdecken und formulieren. Während den selbständigen Übungsphasen hilft die Lehrperson dort, wo Hilfe verlangt wird.

### **Rolle der Schülerinnen und Schüler**

Die Schülerinnen und Schüler nehmen aktiv am Unterrichtsgeschehen teil. Sie diskutieren unter der Leitung der Lehrperson über die vorliegenden Probleme, finden Lösungen und Formulierungen, neue Erkenntnisse auszudrücken. In den wenigen Stillarbeitsphasen arbeiten sie weitgehend selbständig.