

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung ([www.forschungsdaten-bildung.de](http://www.forschungsdaten-bildung.de)) im Fachportal Pädagogik ([www.fachportal-paedagogik.de](http://www.fachportal-paedagogik.de)).

## Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-2103] Unterrichtsvideo

Klasse [B03] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

### Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli.  
Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

[http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten\\_bildung/studie.php?studien\\_id=1](http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1)

### Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Forschungsdatenzentrum Bildung  
Schloßstraße 29  
D-60486 Frankfurt am Main

[forschungsdaten-bildung@dipf.de](mailto:forschungsdaten-bildung@dipf.de)

### **Lektionsbeschreibung P-2103-1**

Zu Beginn der Lektion gibt die Lehrperson das neue Thema bekannt. Sie will wissen ob jemand Pythagoras und dessen berühmten Satz kennt. Nachdem eine Schülerin diesen genannt hat, erarbeitet die Lehrperson zusammen mit den Schülerinnen und Schüler in einem Klassengespräch die Grundprinzipien des Satzes. Sie hält die erarbeitete Theorie fortlaufend in einer grafischen Darstellung an der Wandtafel fest. Indem die Lehrperson die Quadrate über den Dreiecksseiten zeichnet, veranschaulicht sie auf geometrische Weise  $a^2+b^2=c^2$ . Danach führt die Lehrperson wiederum in einem fragend-entwickelnden Klassengespräch einen algebraischen Beweis durch. Danach verteilt die Lehrperson ein Merkblatt, welches von den Schülerinnen und Schüler noch fertig bearbeitet werden muss. Die Schülerinnen und Schüler übernehmen dabei das neu Gelernte auf ihr Blatt. Im Anschluss an die Einzelarbeit erarbeitet die Lehrperson zusammen mit den Lernenden die allgemeine Formulierung des Satzes.

Danach wird gemeinsam die Lösungsprozedur dreier verschiedener Aufgaben, welche in dieser Form noch nicht bearbeitet wurden, gelöst. Es handelt sich um zwei Konstruktionsaufgaben, in denen ein Quadrat mit einem bestimmtem Flächeninhalt konstruiert werden soll, und um eine Berechnungsaufgabe, wo es um die Berechnung einer Seite im rechtwinkligen Dreieck geht. Fünf Minuten vor Schluss haben die Lernenden noch Gelegenheit, selber einen weiteren Beweis, einen Zerlegungsbeweis, handelnd zu entdecken.

### **Lektionsbeschreibung P-2103-2**

Nach einer kurzen Pause klärt die Lehrperson organisatorische Belange bezüglich der angefangenen Beweisführung. Wer noch nicht fertig ist, soll das Puzzle zu Hause fertig lösen. Danach erzählt die Lehrperson sehr ausführlich über das Leben und die Philosophie von Pythagoras, seinen Lehrern und seiner selber gegründeten Schule und deren sehr strikten Vorschriften hinsichtlich Essen und Kleidung. Für Pythagoras bedeutete Mathematik nicht nur Beschäftigung mit Zahlen, sondern auch Beschäftigung mit Moral und Ethik.

Nach dem ausführlichen geschichtlichen Hintergrund, gibt die Lehrperson die Aufgaben bekannt, welche die Lernenden selbständig der Reihe nach lösen sollen. Das Übungsblatt mit den Aufgaben haben die Schülerinnen und Schüler bereits erhalten. Von diesen lösen die Lernenden drei mehrschrittige, anspruchsvolle Aufgaben: eine Konstruktionsaufgabe und zwei Berechnungsaufgaben. Zum Schluss der Doppelstunde werden die Hausaufgaben erteilt.

### **Lektionsbeschreibung P-2103-3**

Zu Beginn der dritten Lektion tragen die Lernenden, im Sinne einer Aktivierung des Vorwissens, das neu erworbene mathematische Wissen vom Vortag nochmals zusammen. Danach erkundigt sich die Lehrperson, ob alle Schülerinnen und Schüler das Puzzle für den Zerlegungsbeweis zu Hause fertig einkleben konnten und erläutert diesen nochmals ganz kurz. Darauf gibt sie das Thema der Stunde bekannt. Sie möchte mit etwas Theoretischem einsteigen und dann an den Aufgaben auf dem Übungsblatt weiterarbeiten. Mit der Frage „Wie lautet die Umkehrung des Satzes von Pythagoras?“, startet die Lehrperson in den Theorieteil. In einem fragend-entwickelnden Lehr-Lerngespräch entwickelt sie zusammen mit den Lernenden den Beweis der

Umkehrung, wenn  $a^2+b^2=c^2$ , dann muss Gamma neunzig Grad sein. Die Lehrperson notiert und zeichnet fortlaufend die neu erworbenen Kenntnisse an der Wandtafel. Nach der Beweisführung verteilt die Lehrperson ein Theorieblatt.

Während die Lehrperson die Blätter verteilt, nehmen die Schülerinnen und Schüler ihre Übungsblätter mit den Hausaufgaben hervor, die nun im Klassenverband besprochen werden. Für die Konstruktionsaufgabe werden zwei unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt. Bei der Aufgabe mit dem Rhombus verweist die Lehrperson nochmals ausdrücklich, dass sich die Schülerinnen und Schüler jeweils gut überlegen sollen, wo sich im Dreieck die längste Seite befindet, beziehungsweise, wo der rechte Winkel liegt, dass die Bezeichnung der Seite nicht wesentlich ist und ändern kann. Bevor die letzte Aufgabe der Hausaufgaben besprochen wird, erarbeitet die Lehrperson zusammen mit den Schülerinnen und Schüler die Prozedur dreier anspruchsvoller Aufgaben ohne Zahlen. Es handelt sich dabei um die Berechnung der Diagonale im Quadrat, der Höhe im gleichseitigen Dreieck und der Diagonale im Würfel.

Nachdem die Schülerinnen und Schüler noch die Resultate der letzten Hausaufgabe gelesen und verglichen haben, verweist die Lehrperson auf die Bemerkung am Schluss der Aufgabenstellung: Handelt es sich um ein rechtwinkliges Dreieck und können die Seitenlängen durch ganze Zahlen ausgedrückt werden, handelt es sich um Pythagoräische Zahlentripel. Die Lehrperson stellt anhand einer Aufgabe den Diophantischen Algorithmus vor. Dabei handelt es sich um eine Methode, wie man Pythagoräische Zahlentripel finden kann. Gemeinsam machen sie zwei Durchläufe. Daraufhin sollte jeder Lernende selbständig drei weitere Tripel, im Sinne einer Übung, finden. Die Lehrperson beschliesst die Stunde, indem sie den Schülerinnen und Schüler die drei Durchläufe als Aufgaben mit nach Hause gibt.

### **Inszenierungsform**

In der ersten und dritten Lektion wird das Unterrichtsgeschehen stark durch die Lehrperson in einem fragend-entwickelnden Lehrgespräch gesteuert. In der zweiten Lektion dominieren zwei Phasen, ein Lehrervortrag zum Leben und der Philosophie von Pythagoras und eine Schülerarbeitsphase, in welcher sich die Lernenden selbständig mit anspruchsvollen Aufgabenstellungen auseinandersetzen.

### **Rolle der Lehrperson**

In öffentlichen Arbeitsphasen lenkt die Lehrperson das Unterrichtsgeschehen stark. Dabei präsentiert sie neues Wissen schrittweise an der Wandtafel. In den wenigen selbständigen Phasen unterstützt und begleitet sie die Schülerinnen und Schüler individuell.

### **Rolle der Schülerinnen und Schüler**

Die Schüleraktivität beschränkt sich auf das Mitverfolgen der Lehrerhandlungen und -äußerungen. Sie werden immer wieder zum Beantworten von Fragen und zum Mitdenken im Klassenverband aufgefordert. In der zweiten Lektion haben die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, selbständig an Aufgaben zu arbeiten.

