

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung ([www.forschungsdaten-bildung.de](http://www.forschungsdaten-bildung.de)) im Fachportal Pädagogik ([www.fachportal-paedagogik.de](http://www.fachportal-paedagogik.de)).

## Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-2107] Unterrichtsvideo

Klasse [B07] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

### Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli. Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

[http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten\\_bildung/studie.php?studien\\_id=1](http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1)

### Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Forschungsdatenzentrum Bildung  
Schloßstraße 29  
D-60486 Frankfurt am Main

[forschungsdaten-bildung@dipf.de](mailto:forschungsdaten-bildung@dipf.de)

## Lektionsbeschreibung P-2107-1

Zu Beginn der Lektion gibt die Lehrperson das neue Thema bekannt. Sie will mit den Lernenden den Satz des Pythagoras kennenlernen und schauen, wie Pythagoras zu dieser Erkenntnis gelangte. Problemorientiert entwickelt die Lehrperson mit der Klasse den Satz von Pythagoras. Sie lässt die Lernenden auf dem verteilten Blatt ein Quadrat mit einer vorgegebenen Länge zeichnen. Das rechtwinklige Dreieck, welches sie über der oberen Kante mit Hilfe des Thaleskreises konstruieren sollen, lässt die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler frei wählen, damit zu einem späteren Zeitpunkt bewiesen werden kann, dass der Satz von Pythagoras in jedem rechtwinkligen Dreieck Gültigkeit hat. Über den Katheten des rechtwinkligen Dreiecks lässt die Lehrperson die Lernenden die Kathetenquadrate einzeichnen. Während die Schülerinnen und Schüler in Einzelarbeit die drei entstandenen Quadrate einfärben, ermuntert die Lehrperson diejenigen Schülerinnen und Schüler, die schon fertig sind, sich zu überlegen, was wohl Pythagoras herausgefunden hat. Nach dieser Einzelarbeit nennt ein Schüler die Idee, dass die beiden kleinen Quadrate zusammen die gleiche Fläche haben wie das grosse Quadrat. Die Lehrperson übernimmt diesen Gedanken und erarbeitet gemeinsam mit den Schülerinnen und Schüler allgemeine Formulierungen. Die Lehrperson kann nun folgende Gleichung an die Wandtafel schreiben:  $c^2 = b^2 + a^2$ . Zu dieser Formel lässt die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler einen Zerlegungsbeweis ausführen. Sie lässt die Lernenden die Quadrate über den Katheten in zwei, beziehungsweise drei Flächen einteilen. Die so entstandenen Stücke schneiden die Schülerinnen und Schüler aus und versuchen diese im Quadrat über der Hypotenuse selbständig entdeckend auszulegen. Wem dies gelungen ist, hilft anderen. Während dieser Schülerarbeitsphase legt die Lehrperson als Hilfe auf dem Hellraumprojektor eine mögliche Anordnung der Flächen auf dem Hypotenusenquadrat auf. Nachdem jeder Lernende die Möglichkeit hatte, eine Lösung zu finden, verteilt die Lehrperson ein Theorieblatt, um die eben gelernten Inhalte zu vertiefen. Jede Schülerin und jeder Schüler erhält Gelegenheit, das Blatt zu studieren. Danach werden in der Klasse die Begriffe "Kathete" und "Hypotenuse" erörtert. Das Theorieblatt enthält einen weiteren Beweis, den die Lehrperson aus Zeitmangel auf die nächste Stunde verschiebt. Nachdem eine Schülerin den Satz nochmals laut vorgelesen hat, zeigt die Lehrperson anhand eines Zahlenbeispiels, wie man mit dem Satz von Pythagoras Seiten im rechtwinkligen Dreieck berechnen kann. Er zeigt, wie man aus den beiden Katheten die Hypotenuse berechnen kann. Im Anschluss daran, lösen sie gemeinsam drei ähnliche einschrittige Aufgaben. Die Lehrperson schliesst die Stunde, indem sie die Hausaufgaben bekannt gibt.

## Lektionsbeschreibung P-2107-2

Die Lehrperson eröffnet die erste Lektion der Doppelstunde, indem sie das Thema der Lektion bekannt gibt. Sie möchte zusammen mit den Lernenden den Satz von Pythagoras repetieren und vertiefen. Die Lernenden nennen die Formel  $a^2 + b^2 = c^2$  und deren allgemeine Formulierung. Anschliessend an diese Wiederholung fasst die Lehrperson nochmals zusammen, wie man eine der Seiten im rechtwinkligen Dreieck berechnen kann, wenn zwei Seiten des Dreiecks bekannt sind. Danach zeigt sie, wie in der ersten Lektion angekündigt, einen weiteren Beweis, einen Ergänzungsbeweis, der zeichnerisch dargestellt ist. Nachdem die Lehrperson den Satz nochmals repetiert und auf die Umkehrungen und auf die Formeln der Seitenberechnungen auf dem Theorieblatt verwiesen hat, kontrollieren sie die Hausaufgaben. Da der erste Teil der Hausaufgaben noch nicht zur Befriedigung der Lehrperson gelöst wurde, gibt diese den

Lernenden Zeit, den Zerlegungsbeweis, den sie ins Heft kleben mussten, nochmals zu bearbeiten und richtig zu beschriften. Anschliessend an diese Einzelarbeit erfolgt nun die Kontrolle der Berechnungsaufgaben aus dem Buch. Die Lernenden nennen die Rechnungen und die Resultate. Bevor die Lehrperson die als nächstes zu bearbeitenden Aufgaben bekannt gibt, schaut sie, wer von den Schülerinnen und Schülern bei den eben kontrollierten Aufgaben wo Probleme hatte. Die Lehrperson teilt die Klasse in zwei Gruppen ein. Schülerinnen und Schüler, welche die Hausaufgaben ohne Probleme lösten und alles richtig hatten, sollen die nächsten Aufgaben im Buch bearbeiten. Es handelt sich um mehrschrittige anspruchsvollere Aufgabe im Rechteck und im gleichschenkligen Dreieck. Zusammen mit den Schülerinnen und Schüler, die bei den Hausaufgaben Probleme hatten, erarbeitet sie den gesamten Lösungsweg derjenigen Aufgaben, die Mühe bereiteten. Nach der Aufgabenbesprechung arbeiten alle selbständig an der Aufgabe im Rechteck und im gleichschenkligen Dreieck weiter. Die Lehrperson kontrolliert individuell erste Resultate, der Schülerinnen und Schüler, die bei der Aufgabenbesprechung nicht teilnahmen. Zum Schluss löst die Lehrperson zusammen mit allen Lernenden eine Aufgabe zur Berechnung des Umfangs im gleichschenkligen Dreieck. Zuerst nennt aber noch ein Schüler das Resultat der ersten Aufgabe, die von den meisten Lernenden fertig bearbeitet wurde. Die angefangene Aufgabe zur Berechnung des Umfangs wird in der anschliessenden Lektion fertig bearbeitet.

### **Lektionsbeschreibung P-2107-3**

Die Lehrperson löst mit den Schülerinnen und Schüler die angefangene Aufgabe fertig. Danach unterbricht die Lehrperson den Unterricht, um kurz Pause zu machen. Nach der Pause bearbeitet die Lehrperson zusammen mit den Lernenden eine mehrschrittige Aufgabe zur Berechnung des Umfangs und des Flächeninhalts eines Dreiecks. Im Anschluss daran gibt die Lehrperson die Hausaufgaben bekannt und klärt einige organisatorische Belange. Bevor die Lehrperson die Doppellektion beendet, erhalten die Schülerinnen und Schüler noch Gelegenheit, an den Hausaufgaben zu arbeiten.

### **Inszenierungsform**

Öffentliche und selbständige Phasen wechseln sich ab. Die Erarbeitung der theoretischen Grundlagen erfolgt in der ersten Lektion in einem problemlösend-explorierenden Verfahren. Die Prozeduren zu ersten Aufgaben im rechtwinkligen Dreieck werden gemeinsam erarbeitet. In der zweiten Lektion zeigt die Lehrperson in einem Lehrervortrag eine allgemeine Lösungsstrategie zum Berechnen von Seiten im rechtwinkligen Dreieck und einen weiteren Beweis. Um Hausaufgaben nochmals zu besprechen, teilt die Lehrperson die Klasse auf, so dass diejenigen, welche keine Problem damit hatten, weiterarbeiten können. In der dritten Lektion dominiert das gemeinsame Erarbeiten von zwei Aufgaben in einem fragend-entwickelnden Lehr-Lerngespräch.

### **Rolle der Lehrperson**

Die Lehrperson steuert den Unterricht oft in einem fragend-entwickelnden Lehr-Lerngespräch. Während der theoretischen Arbeitsphasen gibt er den Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, selber Zusammenhänge zu entdecken. Schülerinnen und Schüler, welche keine Probleme haben,

lässt er weiterarbeiten und bearbeitet mit denjenigen Lernenden im Klassengespräch nochmals Aufgaben, die Mühe bereiteten.

### **Rolle der Schülerinnen und Schüler**

In öffentlichen Phasen werden die Schülerinnen und Schüler durch entsprechende Fragen aktiv ins Unterrichtsgeschehen mit einbezogen. In den Einzelarbeitsphasen haben die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit selber etwas zu entdecken oder selbständig Lösungswege für komplexere Aufgaben zu entwickeln.