

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung ([www.forschungsdaten-bildung.de](http://www.forschungsdaten-bildung.de)) im Fachportal Pädagogik ([www.fachportal-paedagogik.de](http://www.fachportal-paedagogik.de)).

## Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-2112] Unterrichtsvideo

Klasse [B12] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

### Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli. Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

[http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten\\_bildung/studie.php?studien\\_id=1](http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1)

### Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Forschungsdatenzentrum Bildung  
Schloßstraße 29  
D-60486 Frankfurt am Main

[forschungsdaten-bildung@dipf.de](mailto:forschungsdaten-bildung@dipf.de)

## Lektionsbeschreibung P-2112-1

Zu Beginn der ersten Lektion der Pythagorasreihe gibt die Lehrperson den Schülerinnen und Schülern das Thema (Satz des Pythagoras) und die Erarbeitungsform (anhand des Lerntagebuches und durch offene Fragen) bekannt. Danach zeigt die Lehrperson Bilder von Pythagoras am Hellraumprojektor und erzählt ausführlich von der Person des Pythagoras, von dessen Geschichte und Leistungen. Darauf schreibt die Lehrperson die Formel  $a^2+b^2=c^2$  an die Wandtafel mit dem Hinweis, dass die Schülerinnen und Schülern diese Formel so erforschen werden, damit sie dann ihm oder einer anderen Person erklären zu können.

Bevor die Schülerinnen und Schüler zu arbeiten beginnen, gibt die Lehrperson den weiteren Ablauf der Stunde und das Ziel bekannt. Zur Erforschung des Satzes von Pythagoras arbeiten die Schülerinnen und Schüler zu zweit im Karusellprinzip an drei verschiedenen Aufträgen. Nach einigen Minuten wird die Partnerarbeit von der Lehrperson unterbrochen. Einzelne Schülerinnen und Schüler teilen der ganzen Klasse die bereits gemachten Gedanken und die ersten Erkenntnisse mit. Dies soll die anderen Schülerinnen und Schülern bei der Bearbeitung der noch nicht bearbeiteten Aufträge unterstützen. Nun wechseln die Lernenden ihre Plätze, um in Partnerarbeit einen neuen Auftrag zu bearbeiten und zu forschen. Nach etwa 10 Minuten neuerlicher Partnerarbeit bricht der Film ab.

Auftrag 1: Bei der ersten Aufgabenstellung handelt es sich um die grafische Darstellung des Ergänzungsbeweises. Die Fläche  $a^2$  und  $b^2$  und vier rechtwinklige Dreiecke (Quadrat) sind dabei gleich gross wie  $c^2$  und vier rechtwinklige Dreiecke (Quadrat). Dabei soll gezeigt werden, dass  $a^2+b^2=c^2$  (indem die vier gleich grossen, rechtwinkligen Dreiecke von den Quadraten je abgezählt werden). Dabei handelt es sich um den Ergänzungsbeweis. Die Schülerinnen und Schüler werden aufgefordert, ihre Überlegungen und Gedanken zu diesem Auftrag in Stichworten zu notieren, um dann eine Formulierung auszuarbeiten.

Auftrag 2: Bei der zweiten Aufgabenstellung erhalten die Schülerinnen und Schüler mehrere Blätter. Die Grundlage der Aufgabenstellung bildet die Abbildung eines Parketts, das aus verschiedenen Rechtecken und drei verschiedenen grossen Quadraten besteht. Nun sollen die Schülerinnen und Schüler das kleine Quadrat in zwei, das mittlere in drei Vielecke aufteilen und alle Vielecke sollen zu einem neuen Quadrat zusammengefügt werden, das auf das Parkettmuster passt. Bei dieser Aufgabenstellung handelt es sich um einen Zerlegungsbeweis des Satzes von Pythagoras. Die Schülerinnen und Schüler werden aufgefordert, ihre Überlegungen und Gedanken zu diesem Auftrag in Stichworten zu notieren, um dann eine Formulierung auszuarbeiten.

Auftrag 3: Bei der dritten Aufgabenstellung handelt es sich um das Nachvollziehen der Technik, an Hand der die Ägypter rechte Winkel konstruierten. Rechte Winkel konstruierten die Ägypter mit Hilfe von zusammengeknoteten Seilstücken, die sie in zwölf gleich grosse Abschnitte einteilten. Dabei ist der Bezug zu den Seitenverhältnissen (3:4:5/ Zahlentripel) eines rechtwinkligen Dreiecks ausschlaggebend. Auch hier werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, ihre Überlegungen und Gedanken zu diesem Auftrag und der Vorgehensweise der Ägypter in Stichworten zu notieren, um dann eine Formulierung auszuarbeiten.

## Lektionsbogen P-2112-2

In der zweiten Lektion arbeiten die Schülerinnen und Schüler, in Partnerarbeit, je an einem der drei Aufträge selbständig entdeckend weiter. Danach findet der Austausch in der Klasse statt. Neue Gedanken, Erkenntnisse und Lösungsversuche zu den einzelnen Aufträgen werden von einzelnen Schülerinnen und Schülern der Klasse mitgeteilt. Danach legen die Schülerinnen und Schüler ihre Arbeitsblätter an den dritten, von ihnen bisher unbearbeiteten Posten, den sie nach einer fünfminütigen Pause bearbeiten werden ( im Video ist die Pause als Schnitt bei 14:47 erkennbar).

Nach der Pause arbeiten die Schülerinnen und Schüler wiederum in Partnerarbeit selbständig entdeckend am dritten und letzten, von ihnen noch nicht bearbeiteten, Auftrag. Die Schülerinnen und Schüler formulieren danach in der Gruppe (zwei bis drei Partnerarbeitsgruppen zusammen) ihre Erkenntnisse zur Aufgabe möglichst kurz und prägnant und bestimmen eine Schülerin/ einen Schüler, die/ der dies der ganzen Klasse am Hellraumprojektor vorträgt. Die Lehrperson gibt nun einen kurzen Überblick zum weiteren Stundenverlauf: die Gruppen teilen ihre Überlegungen zu den drei Aufträgen vor der Klasse vor. Als erstes tragen zwei Schüler ihre Erkenntnisse zum Seiltrick der Ägypter vor und bestätigen dabei die Behauptung  $a^2+b^2=c^2$ . Danach erzählt die Lehrperson kurz, wozu die Ägypter die Konstruktion des rechten Winkels benötigten. Darauf äussert sich ein Schüler am Hellraumprojektor zur Darstellung des Ergänzungsbeweises und rechnet vor, weshalb hier die Behauptung  $a^2+b^2=c^2$  stimmt. In der Folge werden die Erkenntnisse zum Parkett von zwei Schülerinnen geäußert. Sie bestätigen, dass das grösste Quadrat gleich gross ist, wie die zwei kleineren zusammen.

Zum Schluss der Doppellektion klärt die Lehrperson organisatorische Fragen bezüglich der nächsten Stunden und der Hausaufgaben.

### **Lektionsbeschreibung P-2112-3**

Die Lehrperson beginnt die dritte Stunde der Pythagorasreihe mit einem Ausblick auf die Lektion, wobei sie Ziele, Thema, Inhalte und Arbeitsformen bekannt gibt. Als Repetition und Aktivierung des Vorwissen bearbeiten die Schülerinnen und Schüler zwei Kleinaufträge, die am Hellraumprojektor notiert sind. Zum einen wird verlangt, dass die Schülerinnen und Schüler drei kurze Sätze zur Person des Pythagoras und zu seiner Geschichte schreiben, zum anderen sollen die Schülerinnen und Schüler die Erkenntnisse der letzten zwei Geometriestunden in drei Sätzen möglichst kurz und prägnant zusammen fassen. Die Lernenden arbeiten zu zweit. Die Resultate werden in der Klasse ausgetauscht.

Danach legt die Lehrperson eine farbige Folie auf den Hellraumprojektor. Es ist die grafische Darstellung des Kathetensatzes (=Satz des Euklid). Die Klasse sammelt Beobachtungen und Ideen im Sinne eines Brainstormings. Darauf erklärt die Lehrperson der Klasse, dass Euklid den Satz des Pythagoras weiter entwickelt hat, indem er die Beweisführung des Kathetensatzes entwickelte. Diese Beweisführung zeigt und erklärt die Lehrperson der Klasse.

Als nächstes gibt die Lehrperson den Schülerinnen und Schülern Hinweise und eine Anleitung wie sie die in der Folge zu bearbeitende Aufgaben darzustellen haben. Darauf verteilt sie ein Aufgabenblatt. Gemeinsam wird eine Aufgabe erarbeitet, bei der es um die Berechnung der Hypotenuse geht. Die Lehrperson schreibt die Aufgabenstellung auf die Folie des Hellraumprojektors. In Einzelarbeit berechnen darauf die Schülerinnen und Schüler die Aufgabe.

Danach wird die Aufgabe gemeinsam besprochen. Die Lehrperson zeigt das schrittweise Vorgehen am Hellraumprojektor vor und die Schülerinnen und Schüler übernehmen die Darstellung in ihre Hefte. Zum Schluss der Stunde gibt die Lehrperson die Hausaufgaben auf und regelt die Sitzordnung für die nächste Stunde.

### **Inszenierungsform**

In den drei Lektionen wechseln öffentlicher Unterricht und Stillarbeitsphasen ab. Während den öffentlichen Phasen gibt es Sequenzen von längeren Lehrervorträgen als auch Sequenzen, welche sich durch eine aussergewöhnliche Interaktion zwischen Lehrperson und Schüler und unter den Schülern auszeichnen.

Die erste Lektion beginnt mit einem darstellenden Unterrichtseinstieg. In den drei Lektionen dominieren danach selbständig entdeckende Partnerarbeitsphasen. Dazwischen werden die Erkenntnisse und Gedanken in der Klasse ausgetauscht. Dabei stehen die Ideen und Gedanken der Schülerinnen und Schüler im Vordergrund. Ebenso werden die Ergebnisse der ersten und zweiten Lektion der Klasse durch Mitschülerinnen und Mitschüler präsentiert. Die Schülerinnen und Schüler werden aktiv in das Unterrichtsgeschehen mit einbezogen. Gegen Ende der dritten Lektion, zeigt und erklärt die Lehrperson während einer darstellenden Unterrichtsphase eine Beweisführung. Danach wird in einem fragend entwickelnden Lehr- und Lerngespräch eine Aufgabe gemeinsam erarbeitet.

### **Rolle der Lehrperson**

Die Lehrperson steuert den Unterricht. Sie bezieht die Schülerinnen und Schüler aktiv ins Unterrichtsgeschehen mit ein. Dies ebenso in Stillarbeitsphasen, sowie in öffentlichen Phasen. Dabei unterstützt, berät und motiviert die Lehrperson die Lernenden. Die Einführung neuer Themen findet in darstellendem Unterricht statt. Darstellender Unterricht und fragend-entwickelnde Lehr- und Lerngespräche, welche von der Lehrperson geleitet werden, finden nur zu einem kleinen Teil statt. Eine längere darstellende Unterrichtssequenz findet sich zu Beginn der ersten und gegen Ende der dritten Lektion. Die Aktivität der Schülerinnen und Schüler steht im Vordergrund.

### **Rolle der Schülerinnen und Schüler**

Die Schülerinnen und Schüler sind zum grössten Teil aktiv am Unterrichtsgeschehen beteiligt und leisten einen Grossteil an wichtigen Beiträgen. Sie arbeiten hauptsächlich zu zweit selbständig entdeckend und präsentieren auch vor der Klasse.