

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung ([www.forschungsdaten-bildung.de](http://www.forschungsdaten-bildung.de)) im Fachportal Pädagogik ([www.fachportal-paedagogik.de](http://www.fachportal-paedagogik.de)).

## Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-2113] Unterrichtsvideo

Klasse [B13] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

### Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli. Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

[http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten\\_bildung/studie.php?studien\\_id=1](http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1)

### Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Forschungsdatenzentrum Bildung  
Schloßstraße 29  
D-60486 Frankfurt am Main

[forschungsdaten-bildung@dipf.de](mailto:forschungsdaten-bildung@dipf.de)

## Lektionsbeschreibung P-2113-1

Die Lehrperson steigt in die erste Lektion dieser Pythagorasreihe mit einer Wiederholung geometrischer Orte ein. Mit Hilfe eines fragend- entwickelnden Lehr- und Lerngesprächs nennen ihm die Schülerinnen und Schüler den Kreis, die Mittelsenkrechte, die Mittelparallele, den Thaleskreis und die Winkelhalbierende als geometrische Orte.

Darauf erteilt die Lehrperson den Schülerinnen und Schülern einen Auftrag, bei dem sie ein rechtwinkliges Dreieck zeichnen sollen, indem sie den Thaleskreis über der Seite  $c$  konstruieren. Danach sollen sie die Seiten  $a$ ,  $b$  und über den drei Seiten die entsprechenden Flächenquadrate zeichnen. Da der Auftrag auf Häuschenpapier gezeichnet wird, sollen die Schülerinnen und Schüler danach die Häuschen der einzelnen Flächenquadrate zählen und miteinander vergleichen. Schlussfolgerungen sollen dabei an der Tafel notiert werden.

Bevor die Schülerinnen und Schüler zu arbeiten beginnen, werden in einem entwickelnden Lehr- und Lerngespräch die Seitenbezeichnungen (Hypotenuse und Katheten) in einem rechtwinkligen Dreieck erarbeitet. Danach arbeiten die Schülerinnen und Schüler zu zweit an dem zuvor erteilten Auftrag. Bei der Auswertung erklärt ein Schüler am Hellraumprojektor, wie er die Flächen berechnet hat. Eine Schülerin präsentiert die Schlussfolgerung, dass die Summe der Flächenquadrate über den Katheten gleich gross ist, wie das Flächenquadrat über der Hypotenuse. Während der Stillarbeitsphase wurden von den Schülerinnen und Schülern die Formel  $a^2 + b^2 = c^2$  und deren Ableitungen an der Wandtafel notiert. Nun überprüft die Klasse die Formel  $a^2 + b^2 = c^2$  mit dem Taschenrechner und befindet sie als richtig.

Mit der Unterstützung der Lehrperson und der Gleichungslehre, werden auch die Umkehrungen der Formel als richtig anerkannt. Zum Schluss der Lektion gibt die Lehrperson die Hausaufgaben bekannt

## Lektionsbeschreibung P-2113-2

Die Lehrperson betritt das Schulzimmer etwas verspätet, weshalb zu Beginn der Lektion das Mikrofon installiert wird.

Danach wird in der Klasse der Inhalt der letzten Stunde während einer öffentlichen Phase aufgefrischt. Dabei wird von Schülern ein rechtwinkliges Dreieck an die Wandtafel skizziert, bei dem die Beschriftung stimmen soll, sodass die Seite  $c$  der Hypotenuse entspricht. Eine weitere Schülerin zeichnet die Flächenquadrate über den Seiten, und diese werden danach beschriftet mit  $a^2, b^2, c^2$ . Darauf wird die Formel  $a^2 + b^2 = c^2$  an die Wandtafel geschrieben, sowie deren Ableitungen. In der Folge formulieren verschiedene Schülerinnen und Schüler den Satz des Pythagoras in eigenen Worten. Die Lehrperson präsentiert die eigentliche Ausformulierung des Satzes und mehrere Schülerinnen und Schüler wiederholen diese mündlich.

Anhand eines fragend-entwickelnden Lehrgesprächs bespricht die Klasse nun das Wurzelziehen, um die Seiten  $c, a, b$  zu erhalten. Dies macht die Klasse zuerst mit den Variablen, danach wird das Wurzelziehen konkret anhand des bekannten Zahlentrippels 3,4,5 behandelt.

Danach leitet die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler an, einen Theoriehefteintrag zu machen. Die Schülerinnen und Schüler übernehmen Titel und Ausformulierung vom Hellraumprojektor in ihr Heft und konstruieren die Zeichnung zum Satz mit Hilfe des Thaleskreises, mit vorgegebenen Massen und schreiben die Formel und deren Ableitungen von der Wandtafel ab.

Danach bespricht die Klasse die Hausaufgaben, bei denen es um die Bestätigung des Satzes von Pythagoras geht (vgl. vorher gehende Stunde). Mit einem fragend- entwickelnden Lehr- und Lerngespräch leitet die Lehrperson zur Beweisführung des Satzes von Pythagoras über. Es

handelt sich dabei um den Ergänzungsbeweis. Dieser kann nicht zu Ende entwickelt werden, da es in die Pause klingelt. Er wird in der dritten Stunde weiter bearbeitet. Zum Schluss der Stunde gibt die Lehrperson die Hausaufgaben bekannt.

### **Lektionsbeschreibung P-2113-3**

Zu Beginn dieser Lektion wird anhand eines fragend- entwickelnden Lehr- und Lerngesprächs der Inhalt der letzten zwei Lektionen aufgefrischt. Danach werden die Hausaufgaben kontrolliert. Dabei schreiben vier Schülerinnen und Schüler die Aufgaben 1a-1d (gegeben, gesucht, Formel, Ergebnisse) an die Wandtafel. In der Zwischenzeit kontrolliert die Lehrperson die Aufgabe zwei in den Heften der Schülerinnen und Schüler. Die Aufgabe eins wird von der ganzen Klasse gemeinsam angeschaut. Die Lehrperson macht mündliche und schriftliche Ergänzungen zu beiden Aufgaben. Bei den Hausaufgaben handelt es sich um Berechnungen von Seiten in rechtwinkligen Dreiecken.

Darauf wird die Ausformulierung des Satzes von Pythagoras von einem Schüler wiederholt. Die Lehrperson leitet danach zum Ergänzungsbeweis über, dessen Erarbeitung die Klasse in der letzten Stunde bereits begonnen hatte.

Anhand einer Darstellung des Ergänzungsbeweises am Hellraumprojektor zeigt die Lehrperson den bereits erarbeiteten Teil des Beweises noch einmal auf. Darauf wird mit einem fragend- entwickelnden Lehr- und Lerngespräch der Beweis in der Klasse weiter erarbeitet.

Nach der Erarbeitung erhalten die Schülerinnen und Schüler ein Merkblatt des Beweises, das sie darauf in einer Stillarbeitsphase bemalen. Wer fertig ist, übernimmt eine Aufgabenstellung mit Zeichnung von der Wandtafel ins Theorieheft und versucht diese zu lösen. Es handelt sich dabei um die Berechnung der Basishöhe eines Dreiecks, das weder rechtwinklig, noch gleichschenkelig ist. Indirekt handelt es sich dabei um den Höhensatz oder den Kathetensatz (=Satz des Euklid). Die Schülerinnen und Schüler werden von der Lehrperson aufgefordert, in Gruppen die Erkenntnisse an der Wandtafel zusammen zu tragen. Zwei Schüler lösen die Aufgabe schlussendlich vorne an der Wandtafel und schreiben dabei ihren Lösungsweg an. Sie werden von der Klasse unterstützt. Die Aufgabe wird nicht ganz zu Ende gelöst.

Zum Schluss der Stunde gibt die Lehrperson die Hausaufgaben auf das nächste Mal auf und verteilt dazu ein Aufgabenblatt.

### **Inszenierungsform**

Ein Grossteil der Stunden wird mit der Erarbeitung neuer Theorie oder mit der Wiederholung von bereits erarbeitetem Stoff anhand des fragend- entwickelnden Lehr- und Lerngesprächs erarbeitet. In allen drei Lektionen werden diese Phasen von mindestens einer Schülerarbeitsphase (PA/ EA) unterbrochen. In der zweiten und dritten Lektion werden gemeinsam die Hausaufgaben angeschaut und besprochen.

Neben wiederholendem Bearbeiten von bereits Behandeltem, haben die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit eigene Ideen zu entwickeln und diese vorzustellen.

### **Rolle der Lehrperson**

Die Lehrperson gestaltet einen Grossteil des Unterrichts mit fragend entwickelnden Unterrichtsgesprächen. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten aktiv mit und werden von der Lehrperson auch aufgerufen. Dadurch strukturiert sie den Unterricht. Die Lehrperson nimmt sich während des Unterrichtsgeschehens aber auch zurück und überlässt Schülerinnen und Schülern die aufzeigende, erklärende und vorzeigende Rolle.

### **Rolle der Schülerinnen und Schüler**

Die Schülerinnen und Schüler werden zur aktiven Mitarbeit motiviert. Sie leisten auch in öffentliche Phasen wichtige Denkarbeit und somit wichtige und zentrale Beiträge.