

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung (www.forschungsdaten-bildung.de) im Fachportal Pädagogik (www.fachportal-paedagogik.de).

Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-2115] Unterrichtsvideo

Klasse [B15] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli. Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1

Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)
Forschungsdatenzentrum Bildung
Schloßstraße 29
D-60486 Frankfurt am Main

forschungsdaten-bildung@dipf.de

Lektionsbeschreibung P-2115-1

Die Lektion beginnt mit einigen organisatorischen Besprechungen. Die Lehrperson gibt dann das Thema der Lektion bekannt, was ihn dazu veranlasst, etwas Weniges über Pythagoras und seinen Satz zu erzählen, und dass dieses Prinzip den Ägyptern schon lange vor Pythagoras bekannt war. Mit einer vorbereiteten Schnur zeigt die Lehrperson den Schülerinnen und Schülern, wie die Ägypter rechte Winkel bilden konnten. Wegen Unklarheiten seitens der Schülerinnen und Schüler versammelt sich die Klasse auf Geheiss der Lehrperson um einen Schülertisch, wo mit Hilfe mehrerer Hände das Dreieck noch einmal gebildet und der rechte Winkel als solcher bestimmt wird. An diesem Dreieck werden die Begriffe Katheten und Hypotenuse repetiert. Die Seitenlängen des entstandenen Dreiecks verhalten sich 3:4:5. Im Lehrgespräch bringt die Lehrperson den Schülerinnen und Schülern nahe, dass immer ein rechtwinkliges Dreieck entsteht, wenn die drei Seiten in diesem Verhältnis zueinander stehen. Danach schneiden sich die Schülerinnen und Schüler zu zweit ein beliebig langes Stück Schnur ab, das sie zusammenknüpfen, auf ihrem Tisch zu einem rechtwinkligen Dreieck spannen, dessen Seiten messen und diese Längen an der Wandtafel in eine Tabelle eintragen. Schnellere Schülergruppen spannen und vermessen noch ein zweites rechtwinkliges Dreieck. Wie die Tabelle gefüllt ist, führt die Lehrperson den Begriff Zahlentripel ein und verteilt ein Blatt, auf dem die Schülerinnen und Schüler viele ganzzahlige pythagoräische Zahlentripel finden. An Hand dieser Liste und den Zahlentripeln an der Wandtafel sollen die Schülerinnen und Schüler nun selbständig in zweier Gruppen deren mathematischen Zusammenhang explorativ heraus finden und ihre Entdeckungen der Lehrperson kund tun. Da nach kurzer Zeit schon viele im Ansatz richtige Antworten bei der Lehrperson eingetroffen sind, lässt die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler ihre Lösungsvorschläge an die Klasse weiter geben. Daraus entwickelt sich eine Diskussion darüber, dass bei den entdeckten Formeln die Operationszeichen nicht beliebig gesetzt werden können, sondern dass die Flächen der Seitenquadrate zum Berechnen der Hypotenuse plus, zum Berechnen einer Kathete minus gerechnet werden müssen. Wie sich Schülerinnen und Schüler unterstützt durch die Lehrperson gegenseitig von der korrekten Vorgehensweise überzeugt haben, gibt die Lehrperson die Hausaufgaben, die auch eine schriftliche Repetition dieser Lektion beinhalten, bekannt und schliesst so die Lektion ab.

Lektionsbeschreibung P-2115-2

Die Lehrperson eröffnet die Lektion mit der Bekanntgabe der Ablaufs und des Ziels der folgenden Doppellektion. Dann lesen einige Schülerinnen und Schüler ihre Zusammenfassung des Lerninhaltes der letzten Mathelektion bzw. der Hausaufgaben vor: eigene Formulierungen des Satzes von Pythagoras. Die Lehrperson korrigiert die eine oder andere Unklarheit wobei auch andere Schülerinnen und Schüler ihre Ideen einbringen können. Schliesslich lesen die Schülerinnen und Schüler eine korrekte Version am Hellraumprojektor. Da bei der Einführung des Satzes von Pythagoras in der Parallelklasse ein Problem aufgetaucht ist, nimmt die Lehrperson dieses gleich vorweg: Sie zeigt an einem Dreieck am Hellraumprojektor, dass der Satz $a^2+b^2=c^2$ nur richtig ist, wenn das zu bestimmende Dreieck auch entsprechend beschriftet ist. Darum sei es besser immer auf den oben auf der Projektorfolie allgemein formulierten Satz zurück zu greifen. Dann werden die Hausaufgaben kontrolliert und neue Aufgaben von unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad vorbesprochen (ein und mehrschrittige Aufgaben zur Seitenberechnungen im rechtwinkligen Dreieck, Recheck und gleichschenkligen Dreieck). Bis

zur Pause haben die Schülerinnen und Schüler viel Zeit, um selbständig an diesen Aufgaben zu arbeiten.

Lektionsbeschreibung P-2115-3

Wie zu Beginn der ersten Hälfte der Doppellektion angekündigt, arbeitet die Klasse in dieser Lektion an verschiedenen Beweisen. In einem ersten Teil betrachten die Schülerinnen und Schüler ein Muster auf einer Türe, das die Lehrperson an die Leinwand projiziert und auch im Schülerbuch zu finden ist. Sie sollen rechtwinklige Dreiecke und Quadrate suchen, die zur geometrischen Darstellung des Satzes von Pythagoras ja gebraucht werden. Anschliessend zeichnen einige Schülerinnen und Schüler auf der Folie ein, was sie gefunden haben. Mit Hilfe der Lehrperson entsteht eine Pythagorasfigur um ein rechtwinklig-gleichseitiges Dreieck, bei der die Schülerinnen und Schüler dank des Musters erkennen können, dass die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Hypotenusenquadrat ist. In einem zweiten Teil versuchen einige Schülerinnen und Schüler am Hellraumprojektor den Zerlegungsbeweis des Perikles nachzuvollziehen. Einer nach der andern versucht die von der Lehrperson vorbereiteten Teile in Position zu schieben, was aber niemandem so richtig gelingen will. Der Rest der Klasse schaut dabei zu. Die Lehrperson bricht diese Beweisphase schliesslich ab und teilt ein Blatt aus, auf dem acht identische rechtwinklige Dreiecke und den Dreiecksseiten entsprechend drei Quadrate abgebildet sind. Die Schülerinnen und Schüler schneiden die elf Teile aus und legen damit zwei gleich grosse Quadrate. Kurz vor dem Ende der Lektion zeigt eine Schülerin die richtige Lösung am Hellraumprojektor und ein Schüler zeigt an den entstandenen Quadraten dem Rest der Klasse den Zerlegungsbeweis vor. Als Hausaufgabe soll dieser Beweis im Heft festgehalten werden.

Inszenierungsform

Die Erarbeitung der theoretischen Inhalte erfolgt in der ersten und der dritten Lektion. In der ersten Lektion wird der Satz und seine Anwendung vor allem durch ein problemorientiertes fragend-entwickelndes Lehr-Lerngespräch erarbeitet. Während einer längeren Phase legen und messen die Schülerinnen und Schüler aber selbständig rechtwinklige Dreiecke, die sie dann als Grundlage für eine weitere explorierende Schülerarbeitsphase benötigen, in der es ihnen tatsächlich gelingt, den Satz des Pythagoras zu begreifen.

In der zweiten Lektion dominiert das selbständige Lösen von Aufgaben zum Thema.

In der dritten Lektion erarbeitet die Klasse drei Beweisführungen. Für den ersten Beweis sind sie aufgefordert Teilaspekte davon selber zu suchen, den zweiten Beweis versuchen sie einzeln vor der Klasse und der Lehrperson nachzuvollziehen, den dritten Beweis erarbeiten sie sich mit Hilfe von vorgegebenen Puzzleteilen selber.

Rolle der Lehrperson

Die Lehrperson gibt den Rahmen und die Struktur des Unterrichts vor, lässt aber die Schülerinnen und Schüler die theoretischen Inhalte zu einem grossen Teil selber entwickeln und selbständig arbeiten. Sie hilft einzelne Überlegungen der Schülerinnen und Schüler zu einem

grossen Ganzen zusammenzufügen. Manchmal wirkt dieser Versuch etwas unbeholfen bzw. chaotisch.

Rolle der Schülerinnen und Schüler

Die Schülerinnen und Schüler sind sehr stark in das Unterrichtsgeschehen eingebunden. Viele Inhalte werden ihnen nicht einfach vorgegeben, sondern sie haben die Gelegenheit einen grossen Teil der Theorie selber zu entdecken. Auch werden ihre Lösungsvorschläge in den Unterricht eingebracht und von der Klasse diskutiert. In der zweiten Lektion bearbeiten sie während einer halben Stunde selbständig eine Reihe von Aufgaben, bei Schwierigkeiten können sie aber immer die Lehrperson zu Hilfe rufen.