

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung ([www.forschungsdaten-bildung.de](http://www.forschungsdaten-bildung.de)) im Fachportal Pädagogik ([www.fachportal-paedagogik.de](http://www.fachportal-paedagogik.de)).

## Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-2201] Unterrichtsvideo

Klasse [B16] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

### Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli.  
Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

[http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten\\_bildung/studie.php?studien\\_id=1](http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1)

### Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Forschungsdatenzentrum Bildung  
Schloßstraße 29  
D-60486 Frankfurt am Main

[forschungsdaten-bildung@dipf.de](mailto:forschungsdaten-bildung@dipf.de)

## **Lektionsbeschreibung P-2201-1**

Nach einigen organisatorischen Belangen und Klärung von Terminen, gibt die Lehrperson bekannt, was heute und am nächsten Tag auf dem Programm steht. Sie besprechen den Arbeitsplan und dessen Ablauf. Danach startet die Lehrperson mit einer Aufgabe vom Arbeitsplan. Anhand dieser Parkett-Aufgabe wollen sie gemeinsam Schritt für Schritt den Satz von Pythagoras problemorientiert entwickeln. Die auf einem Arbeitsblatt dargestellten Schritte der Verwandlung eines Quadrates zu einem Parkettstück werden von den Schülerinnen und Schülern handelnd nachvollzogen. Als Kontrolle legen die Schülerinnen und Schüler gemeinsam mit der Lehrperson noch einmal die Parkettbildung (Unwandlung von Quadrat zu neuer Figur). Danach beschriften sie in der Klasse die Teilstücke, um zu begründen, wieso die neue Figur aus zwei Quadraten besteht. Sie entwickeln gemeinsam, dass diese zusammen gleich gross sind wie das ursprüngliche Quadrat, dass  $a^2+b^2=c^2$  ist. Anschliessend liest jede Schülerin und jeder Schüler im Buch die Theorie zum Satz von Pythagoras. Bevor die Lehrperson zusammen mit den Lernenden eine einfache Berechnungsaufgabe, in der die beiden Katheten gegeben sind, löst, klären sie noch, wie die Seiten in einem rechtwinkligen Dreieck benannt werden. Nach der ersten Berechnungsaufgabe, notieren die Lernenden die Formel zur Berechnung der Hypotenuse auf ihrem Theorieblock. Danach lösen sie zu zweit eine nächste ähnliche Berechnungsaufgabe, in der eine der Katheten und die Hypotenuse gegeben sind. Auch diesmal müssen die Schülerinnen und Schüler, nachdem die Lehrperson mit ihnen die Aufgabe besprochen und einen Lösungsweg aufgezeigt hat, auf ihrem Theorieblock einen Eintrag machen. Diesmal erweitern sie ihre Unterlagen mit der Formel zur Berechnung einer Kathete.

## **Lektionsbeschreibung P-2201-2**

Zu Beginn der Doppellektion gibt die Lehrperson den Ablauf und das Thema bekannt. Für Math-MSV sind konstruktive Lösungen des Satzes von Pythagoras vorgesehen, während die Schülerinnen und Schüler von Math-ILF selbständig am Arbeitsplan weiter arbeiten werden. In der zweiten Stunde der Doppellektion steht für alle Schülerinnen und Schüler das Angebot zum Erkennen von rechtwinkligen Dreiecken auf dem Plan.

Anschliessend an diesen organisatorischen Teil, fordert die Lehrperson die Lernenden auf, das neu erworbene mathematische Wissen vom Vortag nochmals zusammenzutragen, um die gelernten Inhalte explizit wieder ins Gedächtnis zu rufen. Danach erhalten die Schülerinnen und Schüler von Math-MSV den Auftrag, selbständig eine erste einfache Konstruktionsaufgabe zu lösen, während die Schülerinnen und Schüler von Math-ILF sich einen Arbeitsplatz ausserhalb des Schulzimmers suchen. Die Lernenden von Math-MSV sollen ein rechtwinkliges Dreieck, von dem man die beiden Katheten kennt, konstruieren. Das Problem wurde bereits am Vortag erwähnt und erklärt. Nachdem die Schülerinnen und Schüler genügend Zeit hatten, die Konstruktionsaufgabe zu lösen, zeigt die Lehrperson die Lösung am Hellraumprojektor. Die Lernenden haben genügend Zeit, ihre Lösungen mit der von vorne zu vergleichen. Danach probieren die Schülerinnen und Schüler erneut selbständig eine neue Konstruktionsaufgabe zu lösen. Diesmal ist in einem rechtwinkligen Dreieck eine der Katheten und die Hypotenuse gegeben. Wieder werden die Lösungen kontrolliert. Die Lehrperson zeigt mit Hilfe der Lernenden zwei Lösungswege auf, entweder beginnend mit der Hypotenuse oder der Kathete. Nun gibt die Lehrperson eine letzte komplexere Aufgabe zum Konstruieren. Ein Quadrat mit der Seitenlänge 7cm ist gegeben. Die Schülerinnen und Schüler sollen selbständig ein Quadrat mit

doppelter Fläche konstruieren. Nach dieser Schülerphase zeigt die Lehrperson zwei verschiedene Wege, wie man diese Aufgabe lösen kann. Einerseits kann man Parallelen zur Diagonalen durch die Eckpunkte des Quadrates zeichnen und so das Quadrat verdoppeln, oder man nimmt den Satz von Pythagoras zur Hilfe, indem man zum gegebenen Quadrat im rechten Winkel ein gleich grosses Quadrat zeichnet und über der so entstandenen Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks das gesuchte Quadrat zeichnet. Anschliessend erarbeitet die Lehrperson zusammen mit den Lernenden eine einfache Aufgabe im rechtwinkligen Dreieck, indem die beiden Katheten gegeben sind. Es geht darum zu erklären, ob es die Regel ist, dass die Seitenlängen in einem rechtwinkligen Dreieck immer ganzzahlig sein müssen, wie in den eben gelösten Aufgaben. Sie finden heraus, dass beim Berechnen der Seitenlängen im rechtwinkligen Dreieck beim Wurzelziehen Zahlen mit Kommastellen entstehen und entsprechend gerundet werden muss.

Jetzt bearbeiten alle Lernenden (MSV + ILF) selbständig Aufgaben am Arbeitsplan. Bei den zu lösenden Aufgaben handelt es sich um eine algebraische Beweisführung, um Berechnungen im rechtwinkligen Dreieck, um Sehnenberechnungen und Tangentenberechnungen im und am Kreis und um die Berechnung von Diagonalen im Rechteck. Beim Läuten der Schulglocke machen die Schülerinnen und Schüler Pause.

### **Lektionsbeschreibung P-2201-3**

Nach der Pause arbeiten die Schülerinnen und Schüler selbständig an ihrem Arbeitsplan weiter. Die Lehrperson hilft individuell. Danach treffen sich alle Lernenden, wie in der vorhergehenden Lektion abgemacht, im Schulzimmer. Es geht um das Erkennen von rechtwinkligen Dreiecken in Aufgaben, die sie auf dem Plan bearbeiten müssen. Gemeinsam werden mögliche Lösungsansätze besprochen. Danach verweist die Lehrperson nochmals auf die Formeln zur Seitenberechnung und erklärt den Begriff „Pythagoräische Zahlentrippele“. Nun arbeiten die Schülerinnen und Schüler wieder an ihrem Arbeitsplan weiter. Zum Schluss der Doppellektion, nachdem sich wieder alle Lernenden im Schulzimmer eingefunden haben, verweist die Lehrperson auf die Hausaufgaben. Die Lernenden sollen selber entscheiden, ob sie einige der Aufgaben vom Arbeitsplan zu Hause lösen, oder ob dies vom Zeitrahmen her nicht nötig ist.

### **Inszenierungsform**

Die Einführung der theoretischen Grundlagen erfolgt anhand einer Aufgabe in der ersten Lektion durch ein problemorientiertes fragend-entwickelndes Lehr-Lerngespräch. Es werden bereits zwei einfache Aufgaben zur Seitenberechnung gelöst. In der zweiten und dritten Lektion arbeiten die Schülerinnen und Schüler an Aufgaben auf ihrem Arbeitsplan. In der zweiten Lektion teilt die Lehrperson die Klasse zuerst in zwei Leistungsgruppen auf. Die eine Gruppe beginnt sofort mit dem Bearbeiten von Aufgaben auf dem Plan. Zusammen mit der anderen Gruppe sucht die Lehrperson zuerst konstruktive Lösungswege zu einzelnen Aufgaben, bevor die Lernenden dann ebenfalls an Aufgaben auf ihrem Arbeitsplan arbeiten.

### **Rolle der Lehrperson**

Die Lehrperson zieht die Lernenden aktiv ins Unterrichtsgeschehen ein. Sie lässt diese selber neue Inhalte entdecken. Während Schülerinnen und Schüler selbständigen an Aufgaben auf dem Arbeitsplan arbeiten, steht die Lehrperson helfend zur Seite, indem sie bei einzelnen Lernenden vorbei schaut, oder, indem sie diejenigen Schülerinnen und Schüler bei sich ums Pult versammelt, die bei der gleichen Aufgabe Schwierigkeiten haben, um mit ihnen gemeinsam die Aufgabe zu besprechen und mögliche Lösungswege aufzuzeigen.

### **Rolle der Schülerinnen und Schüler**

In der ersten Lektion und im ersten Teil der zweiten Lektion folgen die Schülerinnen und Schüler hauptsächlich den Anweisungen der Lehrperson, beziehungsweise der Aufgabe. Sie haben die Möglichkeit, selber ihre Gedanken und Ideen in den Unterricht einzubringen. In der zweiten und dritten Lektion arbeiten die Lernenden vor allem in Einzelarbeit, nach ihrer Stärke und ihrem Tempo am Arbeitsplan. Bei Problemen helfen andere Mitschülerinnen oder Mitschüler. Aber auch die Lehrperson steht beratend zur Seite.