

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung ([www.forschungsdaten-bildung.de](http://www.forschungsdaten-bildung.de)) im Fachportal Pädagogik ([www.fachportal-paedagogik.de](http://www.fachportal-paedagogik.de)).

## Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-2205] Unterrichtsvideo

Klasse [B20] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

### Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli. Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

[http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten\\_bildung/studie.php?studien\\_id=1](http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1)

### Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Forschungsdatenzentrum Bildung  
Schloßstraße 29  
D-60486 Frankfurt am Main

[forschungsdaten-bildung@dipf.de](mailto:forschungsdaten-bildung@dipf.de)

### **Lektionsbeschreibung P-2205-1**

Nach einigen organisatorischen Angaben beginnen die Schülerinnen und Schüler mit einer Aufgabe, an Hand der sie den Satz des Pythagoras selbständig entdecken sollen: Über der Seite eines Quadrates wurde ein gleichseitiges Dreieck gezeichnet. Die Schülerinnen und Schüler sollen nun selbständig untersuchen, was mit den Quadraten, die sich über den anderen Dreiecksseiten errichten lassen, geschieht, wenn die Spitze des Dreiecks entlang der Mittelsenkrechten zur Grundlinie wandert. Es wird festgestellt, dass die Quadratflächen über den Schenkeln in der Ausgangssituation zusammen doppelt so gross, wenn sich die Spitze auf der Grundlinie befindet halb so gross sind wie das Quadrat über der Grundlinie. Auf Grund dieser Erkenntnis versuchen die Schülerinnen und Schüler als nächstes selbständig herauszufinden wie das Dreieck aussehen muss, wenn die Quadratflächen über den Schenkeln zusammen genau gleich gross sind, wie die Fläche des Quadrates über der Grundlinie. Das Ergebnis, dass es sich in diesem speziellen Fall um ein rechtwinkliges Dreieck handeln muss, erreichen die Schülerinnen und Schüler auf unterschiedliche Weise. Ein Schüler und eine Schülerin stellen ihre Methoden vor: Der Schüler hat beim ersten Auftrag die Spitze regelmässig um fünf Millimeter gesenkt. So konnte er nun feststellen, zwischen welchen beiden seiner Konstruktionen der gesuchte Spezialfall zu finden sei. Ihm ist aufgefallen, dass es sich bei den beiden Dreiecken um ein stumpf- und ein spitzwinkliges Dreieck handelt. So nahm er an, dass der Spezialfall das rechtwinklige Dreieck ist. Die Schülerin stellt eine Methode vor, die die meisten Schülerinnen und Schüler zur Lösung dieser Aufgabe entdeckt haben. Sie berechnet an Hand der Fläche des Basisquadrates die Seitenlänge des gesuchten Dreiecks und kann so das gesuchte Dreieck konstruieren. Auch dieses scheint natürlich rechtwinklig zu sein.

### **Lektionsbeschreibung P-2205-2**

Als erstes beschriften die Schülerinnen und Schüler ein rechtwinkliges Dreieck, damit "alle vom gleichen sprechen". Danach schneiden sie vier identische rechtwinklige Dreiecke ABC aus, die sie auf unterschiedliche Arten im Quadrat mit der Seitenlänge  $a+b$  anordnen. Es entstehen verschiedenste Möglichkeiten. Die Lehrperson lässt dann die zwei Möglichkeiten, die für den Ergänzungsbeweis benötigt werden, an der Wandtafel skizzieren. Dank diesen Skizzen kann ein Schüler der Klasse den Beweis mündlich erklären. Anschliessend sollen die Schülerinnen und Schüler den Beweis mit algebraischen Mitteln analog zu den Skizzen selbständig führen. Da dies den meisten Mühe bereitet, beendet die Lehrperson den Beweis an der Wandtafel. Vor dem Ende der Lektion überprüfen die Schülerinnen und Schüler den Satz des Pythagoras an einem selber konstruierten rechtwinkligen Dreieck.

### **Lektionsbeschreibung P-2205-3**

Die Lektion beginnt mit einigen organisatorischen Angaben. Ein Arbeitsplan, auf dem der ungefähre Inhalt der nächsten zwei Lektionen beschrieben ist, wird verteilt. Gemäss dieses Arbeitsplans repetieren die Schülerinnen und Schüler die Aussage des Satzes von Pythagoras. Dazu skizziert die Lehrperson die Pythagorasfigur an die Wandtafel. Zusammen mit dem Satz übernehmen sie die Schülerinnen und Schüler auf ein Theorieblatt. An Hand der skizzierten Pythagorasfigur kommt die Lehrperson auf das pythagoräische Zahlentriplett zu sprechen. Wie auf dem Arbeitsplan vorgegeben beginnt die Klasse nun mit Übungsaufgaben. Zuerst werden

zwei einschrittige Aufgaben im Plenum gelöst, weitere zwei Aufgaben lösen die Schülerinnen und Schüler selbständig. Einzelne Schüler lösen die Aufgaben an der Wandtafel. An Hand dieser Ausführungen werden die selbständig gelösten Aufgaben besprochen. Danach führt die Lehrperson mit einer weiteren Übungsaufgabe die Umkehrungen des Satzes von Pythagoras ein, anschliessend werden bis zum Ende der Lektion weitere einschrittige Übungsaufgaben gelöst.

### **Inszenierungsform**

In den ersten beiden Lektionen können die Schülerinnen und Schüler dank gezielter Frage- und Aufgabenstellung die meisten zentralen Inhalte explorierend selbständig entwickeln. Die dritte Lektion ist eine Übungslektion. Auch dort wird nach prägnanten Instruktionen der Lehrperson weitgehend selbständig gearbeitet.

### **Rolle der Lehrperson**

Die Lehrperson gibt Impulse und den Schülerinnen und Schüler genügend Zeit um weitgehend selbständig zu arbeiten. Dies gilt für das Erarbeiten neuer Inhalte und das Lösen von Übungsaufgaben. Dabei überlässt sie sie aber nicht sich selber, sondern hilft, wo Hilfe benötigt wird. Neu Erarbeitetes oder Gelöstes bespricht sie um allfällige Unklarheiten zu beseitigen.

### **Rolle der Schülerinnen und Schüler**

Für die Schülerinnen und Schüler gibt es viel zu entdecken. Durch gezielte Aufgabenstellungen ist es ihnen möglich, den grössten Teil der theoretischen Inhalte selbständig zu erarbeiten. Auch Übungsaufgaben lösen sie, nachdem sie zwei Beispiele im Klassenverband gelöst haben, selbständig im eigenen Tempo.